

HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS INNOVADORAS PARA LA MAXIMIZACIÓN DE LA UTILIDAD

Patricia Mouliá, Luisa Lazzari, Mariano Eriz
CIMBAGE - Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires
Av. Córdoba 2122 – Ciudad de Buenos Aires – C1120AAQ- Argentina
patriciamoulia@cimbage.com.ar, luisalazzari@cimbage.com.ar,
marianoeriz@cimbage.com.ar

Recibido 12 de mayo 2008, aceptado 25 de agosto 2008

Resumen

La rápida evolución del entorno social, el desarrollo tecnológico y el creciente clima de incertidumbre provocan cambios continuos en los escenarios de la actividad económica actual. En estos casos, los enfoques clásicos no ponen de manifiesto la complejidad y el movimiento de la economía, y ofrecen una representación simplificada de la realidad. La teoría de los conjuntos borrosos aplicada a la toma de decisión permite trabajar en un marco flexible, donde es posible formalizar la incertidumbre y la imprecisión, y así obtener modelos más consistentes.

Un consumidor que considera la compra de una cantidad de unidades de cada uno de dos artículos se asocia con una función de utilidad $U = F(q_1, q_2)$, que mide la satisfacción total (o utilidad) que obtiene con q_1 unidades del primer bien y q_2 del segundo. Una curva de nivel $F(q_1, q_2) = C$ de la función de utilidad se denomina curva de indiferencia y proporciona todas las combinaciones de q_1 y q_2 que brindan el mismo nivel de satisfacción al consumidor.

En este trabajo se implementa un modelo flexible que emplea intervalos de confianza, números borrosos y números híbridos para maximizar la utilidad sujeta a restricción presupuestaria en un ambiente incierto. El enfoque presentado resulta una generalización del clásico y es útil para ayudar al consumidor a generar nuevos escenarios de reflexión a la hora de tomar sus decisiones.

Palabras clave: utilidad, maximización, conjuntos borrosos, incertidumbre.

INNOVATING MATHEMATICAL TOOLS FOR UTILITY MAXIMIZATION

Patricia Mouliá, Luisa Lazzari, Mariano Eriz
CIMBAGE - Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires
Av. Córdoba 2122 – Ciudad de Buenos Aires – C1120AAQ- Argentina
patriciamoulia@cimbage.com.ar, luisalazzari@cimbage.com.ar,
marianoeriz@cimbage.com.ar

Received 12 May 2008, accepted 25 August 2008

Abstract

The rapid evolution of the social environment, the technological development and the increasing climate of uncertainty bring about continuous changes in the current economic activity. In these cases, the classic approaches do not show the economy's complexity and movement, and offer a simplified reality representation.

The fuzzy sets theory applied to decision making, allows us to work in a flexible frame, where it is possible to determine the uncertainty and imprecision, and thus to obtain more consistent models.

The purchase of an amount of units of each of two different goods, is associated with an utility function $U = F(q_1, q_2)$, which measures the total satisfaction (or utility) that the consumer will obtain with q_1 units of the first one and q_2 of the second. A curve of the utility function $F(q_1, q_2) = C$ is called the indifference curve and provides all the combinations of q_1 y q_2 that offer the same level of satisfaction to the consumer.

In this work, a flexible model that applies confidence intervals, fuzzy numbers and hybrid numbers is implemented to maximize the utility function subject to budgetary restrictions in an uncertain environment. This approach is a generalization of the classic one, and it helps consumers generate new scenes of reflection when making decisions.

Keywords: utility, maximization, fuzzy sets, uncertainty.

1. INTRODUCCIÓN

La rápida evolución del entorno social, el desarrollo tecnológico y el creciente clima de incertidumbre provocan cambios continuos en los escenarios de la actividad económica actual. En estos casos, los enfoques clásicos no ponen de manifiesto la complejidad y el movimiento de la economía, y ofrecen una representación simplificada de la realidad.

La teoría de los conjuntos borrosos aplicada a la toma de decisión permite trabajar en un marco flexible, donde es posible formalizar la incertidumbre y la imprecisión, y así obtener modelos más consistentes.

En este trabajo se considera la aplicación de curvas de indiferencia en la *maximización de la utilidad* y se implementa un modelo flexible que emplea intervalos de confianza, números borrosos y números híbridos para maximizar la utilidad sujeta a restricción presupuestaria en un ambiente incierto. El enfoque presentado resulta una generalización del clásico y es útil para ayudar al consumidor a generar nuevos escenarios de reflexión a la hora de adoptar sus decisiones.

Está estructurado del siguiente modo: en la sección 2 se definen brevemente los conceptos de curvas de indiferencia, ecuación presupuestaria y maximización de la utilidad sujeta a restricción de ingreso y se presenta un caso de estudio de los mismos en condiciones de certeza. En el apartado 3 se efectúa un análisis de los temas del ítem 2 en condiciones de incertidumbre, se detallan tres alternativas para su tratamiento de acuerdo con la naturaleza de la información disponible, y se desarrolla un ejemplo de cada una de ellas como generalización del caso de estudio nítido. Finalmente, en la parte 4, se formulan las principales conclusiones.

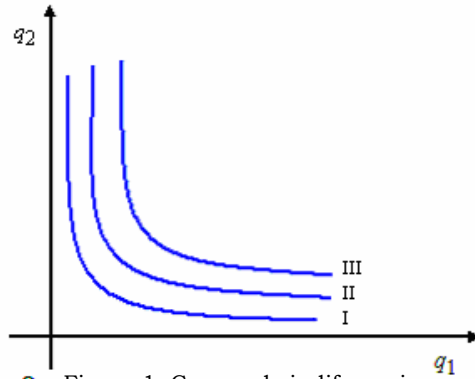
2. CONDICIONES DE CERTEZA

2.1. Curvas de indiferencia

Se considera el caso simplificado en el que las adquisiciones de un consumidor están limitadas a dos artículos.

Las preferencias del consumidor le permiten elegir diferentes cestas. Si se ofrecen al consumidor dos cestas diferentes, elige la que mejor se ajusta a sus gustos. Si las dos cestas se ajustan a sus gustos por igual, se dice que el consumidor es indiferente a ambas.

Pueden representarse gráficamente sus preferencias por medio de las curvas de indiferencia:



○ Figura 1. Curvas de indiferencia

Todos los puntos sobre la misma curva de indiferencia proporcionan idéntica satisfacción al consumidor. Los puntos sobre la curva II indican mayor satisfacción que los puntos sobre la curva I, pero menor que los puntos sobre la curva III. De esta forma, sólo se requiere el orden o el rango de preferencia de un consumidor para poder trazar sus curvas de indiferencia.

La función de utilidad ordinal es $U = F(q_1, q_2)$, donde q_1 y q_2 son las cantidades consumidas de los bienes Q_1 y Q_2 , y el parámetro U representa un nivel de preferencia o satisfacción de ese consumidor al distribuir sus gastos entre los dos bienes indicados.

Una función de utilidad es un instrumento para asignar un número a cada cesta de consumo de tal forma que una de ellas se prefiere a otra si y sólo si la utilidad de la primera es mayor que la utilidad de la segunda. La magnitud de la función de utilidad solamente es relevante en la medida en que nos permite determinar el lugar relativo que ocupan las diferentes cestas de consumo (Varian, 2007).

Se suelen asumir ciertos supuestos sobre las preferencias que se denominan axiomas de la teoría del consumidor como la completitud, la reflexividad y la transitividad.

Las curvas de indiferencia presentan las siguientes características:

- **decrecientes:** si disminuye la cantidad de un bien, tendrá que compensarlo con mayor cantidad de otro para mantener el mismo nivel de satisfacción.

- **no se cortan:** si se cortaran en el punto de intersección, ambas curvas tendrían el mismo nivel de satisfacción, pero como dentro de cada curva todos sus puntos tienen el mismo nivel de satisfacción, esto implicaría que todos los puntos de las dos curvas estarían al mismo nivel. Esto sería absurdo, dado que a un lado del punto de corte una de las curvas estaría más alejada del origen (nivel de satisfacción mayor) mientras que al otro lado del punto de corte se situaría más cerca del origen (nivel de satisfacción menor).
- **el nivel de la función aumenta en dirección noreste:** las curvas de indiferencia, a medida que se alejan del origen, representan niveles superiores de satisfacción por el axioma de no saciedad (el agente siempre prefiere tener mayor cantidad de ambos bienes).
- **convexas** respecto al origen de coordenadas.

2.2. Ecuación presupuestaria. Recta balance

La ecuación presupuestaria de un consumidor que tiene un ingreso I y desea invertirlo en su totalidad en la compra de dos bienes Q_1 y Q_2 , cuyos precios unitarios son p_1 y p_2 respectivamente, está dada por: $p_1q_1 + p_2q_2 = I$, donde q_1 y q_2 representan las cantidades de cada bien. Gráficamente, corresponde a una recta llamada recta balance o restricción presupuestaria (Figura 2) que, escrita en forma segmentaria resulta: $\frac{q_1}{I/p_1} + \frac{q_2}{I/p_2} = 1$, donde I/p_1 es la cantidad máxima que el consumidor de ingreso I puede adquirir de Q_1 sin comprar Q_2 , y I/p_2 , la cantidad máxima que puede adquirir de Q_2 sin comprar Q_1 .

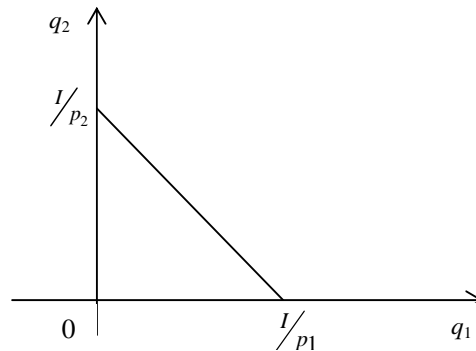


Figura 2. Recta balance o restricción presupuestaria

2.3. Maximización de la utilidad sujeta a restricción de ingreso

Un consumidor racional desea adquirir aquella combinación de bienes Q_1 y Q_2 con la que obtenga el nivel de satisfacción más alto, pero su ingreso no le permite comprar una cantidad ilimitada de productos.

La función de utilidad y la ecuación presupuestaria están dadas respectivamente por:

$$U = F(q_1, q_2) ; \quad p_1 q_1 + p_2 q_2 = I$$

El consumidor desea alcanzar la curva de indiferencia más alejada del origen que tenga, al menos, un punto en común con la recta de balance. Su equilibrio o posición de máxima satisfacción está en el punto en el cual la recta es tangente a una curva de indiferencia (Figura 3), pues todas las curvas de indiferencia de menor nivel de utilidad resultan secantes a la recta y para niveles de utilidad superior la recta no corta a la curva, es decir que ese nivel de utilidad no es alcanzable con esa renta (Henderson y Quandt, 1991).

En el punto óptimo, la pendiente de la recta balance debe ser igual a la pendiente de la recta tangente a la curva de indiferencia.

Si se considera la función de utilidad $U = kq_1 q_2$, las curvas de indiferencia son hipérbolas equiláteras. En este caso, para buscar el punto donde la recta es tangente a la curva se plantea el siguiente sistema de ecuaciones que debe tener solución única:

$$\begin{cases} k \cdot q_1 \cdot q_2 = U^* \\ p_1 q_1 + p_2 q_2 = I \end{cases}$$

Si se resuelve el sistema, se obtiene:

$$q_2 = \frac{U^*}{k \cdot q_1} \quad (1)$$

$$q_2 = \frac{I - p_1 q_1}{p_2} \quad (2)$$

$$\frac{U^*}{k \cdot q_1} = \frac{I - p_1 q_1}{p_2} \quad (3)$$

$$\text{Luego, al operar resulta: } kp_1(q_1)^2 - kIq_1 + U^* p_2 = 0 \quad (4)$$

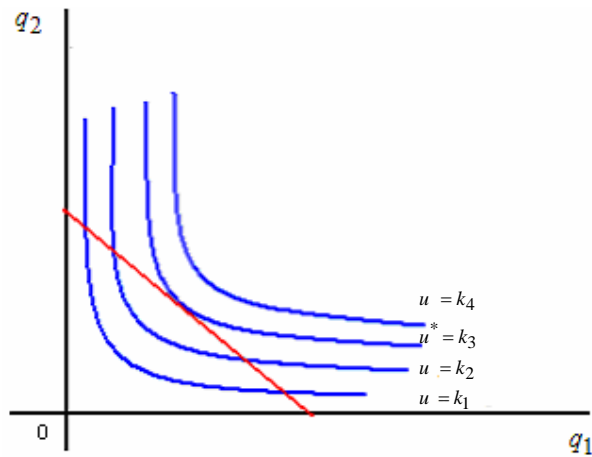


Figura 3. Curvas de indiferencia y recta balance

(4) debe tener solución única, luego:

$$k^2 I^2 - 4k \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot U^* = 0 \Rightarrow U^* = \frac{kI^2}{4p_1 p_2} \quad (5)$$

U^* representa el nivel de máxima utilidad.

Al reemplazar (5) en (3) y resolver la ecuación se obtiene $q_1 = \frac{I}{2p_1}$ (6)

q_2 puede calcularse sustituyendo q_1 en cualquiera de las ecuaciones (1) ó (2).

Este tipo de problemas también puede resolverse igualando las pendientes de la recta balance y de la recta tangente a la curva de indiferencia. Las mismas se calculan empleando derivadas.

2.3.1 Caso de estudio 1

Un agente cuyo ingreso mensual es de 1000 pesos desea gastarlo en dos tipos distintos de bienes, A y B, siendo los precios de los mismos estables durante cierto período en 50 y 60 pesos respectivamente. Si su función de utilidad está dada por $U = 3q_1 q_2$. ¿Cuál es el nivel de satisfacción más alto que puede obtener con dicho ingreso?

En este caso el sistema que debe tener solución única es:

$$\begin{cases} 3q_1 \cdot q_2 = U^* \\ 50q_1 + 60q_2 = 1000 \end{cases}$$

Al reemplazar en (5): $U^* = \frac{3(1000)^2}{4 \cdot 50 \cdot 60} \Rightarrow U^* = 250$

Al aplicar la fórmula (6) y luego la (1) ó (2), se obtienen los siguientes valores $q_1^* = 10$ y $q_2^* = 8.3$.

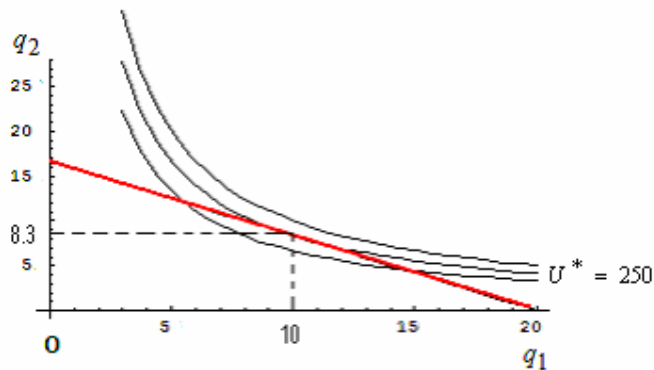


Figura 4. Punto de máxima utilidad

3. CONDICIONES DE INCERTIDUMBRE

En este apartado, se considera el caso de un consumidor cuyo ingreso no puede determinarse con exactitud en un mercado que presenta fluctuaciones en los precios de sus artículos. El problema de optimizar la utilidad sujeta a la restricción de la renta debe tratarse como un problema en ambiente incierto que puede resolverse mediante el empleo de:

- a) intervalos de confianza.
- b) números borrosos triangulares (NBT).
- c) números híbridos.

El tipo de información disponible indicará la herramienta a emplear.

3.1. Intervalos de confianza

Si se conocen los valores mínimos y máximos que pueden tener los precios de los artículos a comprar y del ingreso, se expresan los mismos como intervalos de confianza:

$$p_1 = [a, b] ; p_2 = [c, d] ; I = [i_1, i_2]$$

Al reemplazar estos valores en la fórmula (5), se obtiene la utilidad máxima:

$$U^* = \frac{k [i_1, i_2] [i_1, i_2]}{4 [a, b] [c, d]}$$

Si se tiene en cuenta que se trabaja en \mathfrak{R}^+ , al resolver las operaciones con los intervalos (Lazzari, 2001), se obtiene:

$$U^* = \left[\frac{k \cdot i_1 \cdot i_1}{4bd}, \frac{k \cdot i_2 \cdot i_2}{4ac} \right]$$

Luego, la utilidad máxima está dada por el intervalo de confianza:

$$U^* = [U_1^*, U_2^*]$$

Donde U_1^* representa el máximo nivel de satisfacción en la situación más desfavorable para el consumidor (precios más altos e ingreso más bajo) y U_2^* lo propio en la situación más favorable para el consumidor (precios más bajos e ingreso más alto).

3.1.1 Caso de estudio 2

Un consumidor cuyo ingreso mensual oscila entre 880 y 1100 pesos desea gastarlo en dos tipos distintos de bienes, A y B, cuyos precios son fluctuantes dadas las condiciones del mercado. Para el bien A, el precio oscila entre 48 y 55 pesos, y para el bien B, entre 55 y 66 pesos. Si su función de utilidad está dada por $U = 3q_1q_2$. ¿Cuál es el nivel de satisfacción más alto que puede obtener con dicho ingreso?

En este caso, los precios y el ingreso pueden expresarse mediante los siguientes intervalos:

$$p_1 = [48, 55] ; p_2 = [55, 66] ; I = [880, 1100]$$

Al reemplazar estos valores en (5) y realizar las operaciones, se obtiene:

$$U^* = \frac{3[880, 1100]}{4[48, 55]} \frac{[880, 1100]}{[55, 66]}$$

$$U^* = \left[\frac{2323200}{14520}, \frac{3630000}{10560} \right]$$

$$U^* = [160, 343.75]$$

Esto significa que el nivel de máxima satisfacción del consumidor en su situación más favorable es 343.75 útiles (precios más bajos e ingreso máximo) y en la más desfavorable es 160 útiles (precios más altos e ingreso mínimo). Los sistemas que tienen solución única para estas dos situaciones son respectivamente a) y b).

$$\text{a) } \begin{cases} 3q_1 \cdot q_2 = 343.75 \\ 48q_1 + 55q_2 = 1100 \end{cases}$$

Al aplicar las fórmulas (6) y (2), se obtienen respectivamente $q_1^* \cong 11.46$; $q_2^* \cong 10$

$$\text{b) } \begin{cases} 3q_1 \cdot q_2 = 160 \\ 55q_1 + 66q_2 = 880 \end{cases}$$

Al reemplazar en (6) y (2), la única solución resulta $q_1^* = 8$; $q_2^* \cong 6.67$

En la Figura 5 se observa la representación gráfica de las situaciones extremas.

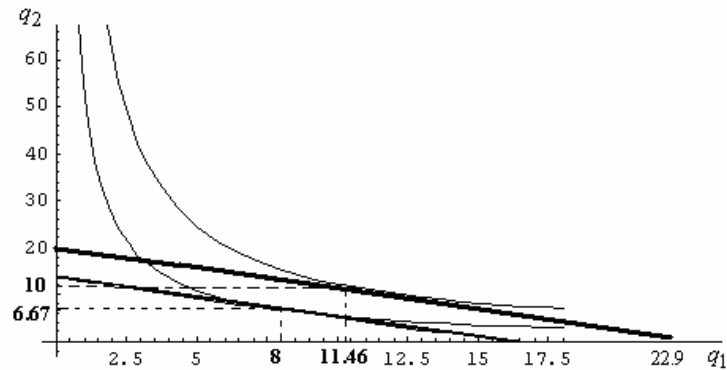


Figura 5. Puntos de máxima utilidad

Se destaca que el intervalo de confianza obtenido $U^* = [160, 343.75]$ como utilidad máxima contiene la solución del problema nítido $U^* = 250$. También puede considerarse cualquier situación intermedia entre estos dos valores.

3.2. Números borrosos triangulares

Si la información disponible permite conocer para los precios de los artículos y el ingreso, además de los valores extremos el más posible, los mismos se expresan como NBT, cuya función de pertenencia es:

$$\forall x \in \mathfrak{R}, \mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & \text{si } a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{-x+a_3}{a_3-a_2} & \text{si } a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & \text{si } a_3 \leq x \end{cases}$$

Su α -cortes son $A_\alpha = [a_1 + (a_2 - a_1)\alpha; a_3 + (a_2 - a_3)\alpha]$ y para representarlo en forma paramétrica se utilizará la siguiente expresión:

$$\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$$

Luego,

$$\tilde{P}_1 = (a, b, c) \quad ; \quad \tilde{P}_2 = (d, e, f) \quad ; \quad \tilde{I} = (i_1, i_2, i_3)$$

La utilidad máxima es el número borroso que se obtiene al sustituir

estos valores en la fórmula (5)
$$\tilde{U}^* = \frac{k\tilde{I} \cdot \tilde{I}}{4\tilde{P}_1 \cdot \tilde{P}_2}$$

\tilde{U}^* no es un NBT, sus α -cortes son $U_\alpha^* = [U_1^*(\alpha), U_2^*(\alpha)]$ (Kaufmann y Gupta, 1985).

Para $\alpha = 0$:

- $U_1^*(0)$ representa la utilidad máxima en el escenario más pesimista para el consumidor: los precios más altos y el menor nivel de ingreso. El sistema de ecuaciones que resulta es:

$$\begin{cases} kq_1 \cdot q_2 & = U_1^*(0) \\ cq_1 + fq_2 & = i_1 \end{cases}$$

- $U_2^*(0)$ representa la utilidad máxima en la situación más favorable para el consumidor: los precios más bajos y el mayor nivel de ingreso.

El sistema correspondiente es:
$$\begin{cases} kq_1 \cdot q_2 = U_2^*(0) \\ aq_1 + dq_2 = i_3 \end{cases}$$

Para $\alpha = 1$

- $U_1^*(1) = U_2^*(1) = U^*$ representa la utilidad máxima para la situación de máxima presunción. El sistema que se obtiene es:

$$\begin{cases} k \cdot q_1 q_2 = U^* \\ bq_1 + eq_1 = i_2 \end{cases}$$

3.2.1 Caso de estudio 3

Un agente cuyo ingreso mensual oscila entre 880 y 1100 pesos, siendo 1.000 el más posible, desea gastarlo en dos tipos distintos de bienes, A y B, cuyos precios son fluctuantes durante ese periodo de acuerdo con las condiciones del mercado. Para el bien A, el precio oscila entre 48 y 55 pesos y el más posible es 50, mientras que el precio más posible del bien B es 60 pesos y puede variar entre 55 y 66 pesos. Si su función de utilidad está dada por $U = 3q_1 q_2$. ¿Cuál es el nivel de satisfacción más alto que puede obtener con dicho ingreso?

Dadas las condiciones del problema, los precios y el ingreso pueden expresarse mediante los NBT cuyos α – cortes se detallan en la Tabla 1.

	NBT	α – cortes
Precio del bien A	$\tilde{P}_1 = (48, 50, 55)$	$P_{1\alpha} = [48 + 2\alpha; 55 - 5\alpha]$
Precio del bien B	$\tilde{P}_2 = (55, 60, 66)$	$P_{2\alpha} = [55 + 5\alpha; 66 - 6\alpha]$
Ingreso	$\tilde{I} = (880, 1000, 1100)$	$I_\alpha = [880 + 120\alpha; 1100 - 100\alpha]$

Tabla 1. NBT y α -cortes

Al sustituir los valores de los NBT en (5), se obtiene:

$$U_{\alpha}^* = \frac{3[880+120\alpha,1100-100\alpha][880+120\alpha,1100-100\alpha]}{4[48+2\alpha,55-5\alpha][55+5\alpha,66-6\alpha]}$$

Al operar con los intervalos (Lazzari, 2001) resulta:

$$U_{\alpha}^* = \left[\frac{2323200+633600\alpha+43200\alpha^2}{14520-2640\alpha+120\alpha^2}, \frac{3630000-660000\alpha+30000\alpha^2}{10560+1400\alpha+40\alpha^2} \right]$$

En la Tabla 2 se presentan los α -cortes para distintos valores de α .

α	U_{α}^*
0	[160,343.75]
0.1	[167.42,333.10]
0.2	[175.16,322.76]
0.3	[183.22,312.71]
0.4	[191.61,302.96]
0.5	[200.36,293.48]
0.6	[209.48,284.27]
0.7	[218.99,275.33]
0.8	[228.90,266.64]
0.9	[239.23,258.20]
1	[250,250]

Tabla 2. α -cortes

En la Figura 6 se observa que \tilde{U}^* no es un NBT, pero puede aproximarse al NBT $\tilde{U}^{*'} = (160, 250, 343.75)$.

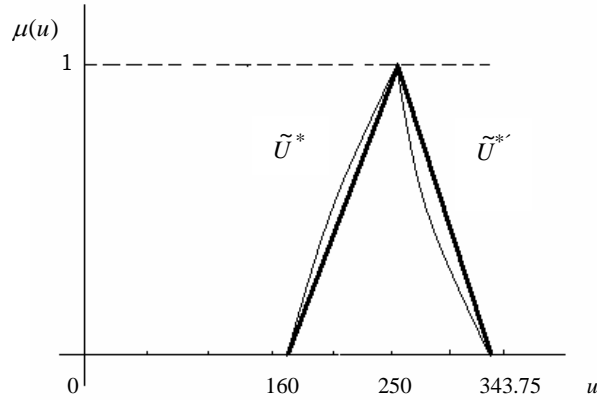


Figura 6. Aproximación por un NBT

De acuerdo con el resultado obtenido, se puede efectuar el siguiente análisis:

Para $\alpha = 0$:

a) $U_1^*(0) = 160$ representa la utilidad máxima en la situación más desfavorable para el consumidor: los precios más altos y el menor nivel de ingreso. El sistema de ecuaciones, cuya solución debe ser única, es:

$$\begin{cases} 3q_1 \cdot q_2 = 160 \\ 55q_1 + 66q_2 = 880 \end{cases}$$

Al aplicar las fórmulas (6) y (2), se obtienen respectivamente $q_1^* = 8$ y $q_2^* \cong 6.67$.

b) $U_2^*(0) = 343.75$ representa la utilidad máxima en la situación más optimista para el consumidor: los precios más bajos y el mayor nivel de ingreso. El sistema correspondiente resulta:

$$\begin{cases} 3q_1 \cdot q_2 = 343.75 \\ 48q_1 + 55q_2 = 1100 \end{cases}$$

Al reemplazar en (6) y (2), la única solución es $q_1^* \cong 11.46$ y $q_2^* \cong 10$.

Para $\alpha = 1$:

c) $U_1^*(1) = U_2^*(1) = 250$ representa la utilidad máxima para la situación de máxima presunción. Es decir:

$$\begin{cases} 3q_1 \cdot q_2 = 250 \\ 50q_1 + 60q_2 = 1000 \end{cases}$$

Se aplican las fórmulas (6) y (2) respectivamente para obtener $q_1^* = 10$ y $q_2^* = 8.\bar{3}$. En la Figura 7 se observan gráficamente las situaciones analizadas.

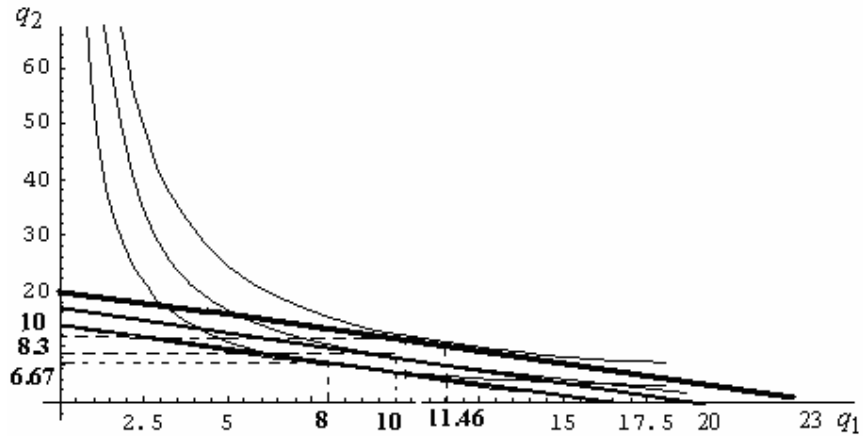


Figura 7. Puntos de máxima utilidad

3.3. Números híbridos

Si se considera un tipo de mercado donde los precios de los bienes no sólo están influenciados por la interacción de la oferta y la demanda, sino además por factores aleatorios como por ejemplo el clima (lluvia, granizo, temperaturas medias, plagas, entre otros), resulta adecuado representarlos mediante números híbridos que combinan la componente incierta y la componente aleatoria.

En cuanto al ingreso del agente, también podría expresarse mediante un número híbrido si, por ejemplo, se parte del supuesto de que la remuneración depende de comisiones (componente borrosa) y que tiene participación accionaria (componente aleatoria).

Luego, de acuerdo con las características del problema, alguno o todos los datos pueden ser expresados como números híbridos. En este trabajo, se desarrolla el caso en el cual los precios están expresados como NBT y el ingreso, como un número híbrido.

Sean los precios de dos bienes expresados por los NBT $\tilde{P}_1 = (a, b, c)$ y $\tilde{P}_2 = (d, e, f)$; y el ingreso por el número híbrido (\tilde{I}, L) cuya componente borrosa es el NBT $\tilde{I} = (i_1, i_2, i_3)$ y la variable aleatoria L cuya función de densidad de probabilidad es $f(l)$.

Si la variable aleatoria toma sus valores en el intervalo $l = [l_1, l_2]$, tal que l_1 y $l_2 \in \mathfrak{R}^+$ y se expresa al NBT correspondiente al ingreso mediante sus α -cortes, se tiene:

$$\begin{aligned} I_{\alpha}[+]l &= [i_1 + (i_2 - i_1)\alpha; i_3 + (i_2 - i_3)\alpha](+)l \\ &= [i_1 + (i_2 - i_1)\alpha + l; i_3 + (i_2 - i_3)\alpha + l] \end{aligned}$$

Luego,
$$\tilde{I}[+]l = (i_1 + l, i_2 + l, i_3 + l) \quad (7)$$

Se realiza una traslación l del número borroso \tilde{I} a la derecha.

Su función de densidad de probabilidad es: $f(\tilde{I}[+]l) = f(l)$ (Kaufmann y Gupta, 1985).

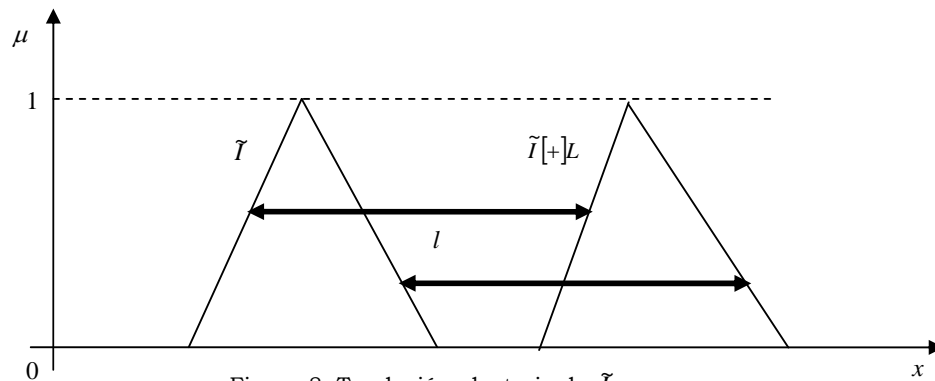


Figura 8. Traslación aleatoria de \tilde{I}

Si se consideran los valores extremos l_1 y l_2 se tiene:

$$(i_1 + l_1, i_2 + l_1, i_3 + l_1) \leq (i_1 + l, i_2 + l, i_3 + l) \leq (i_1 + l_2, i_2 + l_2, i_3 + l_2)$$

Esta expresión representa el haz de números borrosos formado por los NBT que se obtienen para cada valor de $l \in [l_1, l_2]$. La envolvente del haz que se observa en la Figura 9 puede representarse mediante el número borroso trapecial:

$$\tilde{E} = (i_1 + l_1, i_2 + l_1, i_2 + l_2, i_3 + l_2)$$

Los valores mínimo y máximo para el ingreso son respectivamente $i_1 + l_1$ y $i_3 + l_2$.

Los valores pertenecientes al intervalo $[i_2 + l_1, i_2 + l_2]$ corresponden a los valores de máxima presunción para los distintos valores de $l \in [l_1, l_2]$.

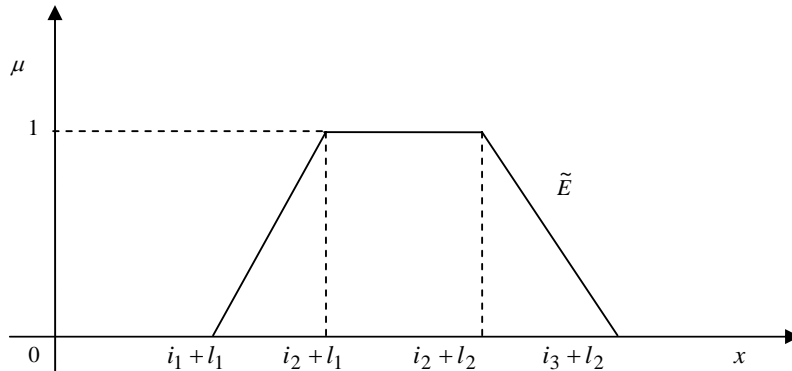


Figura 9. Envolvente del haz

En consecuencia, el ingreso del agente puede tomar valores del intervalo $[i_1 + l_1, i_3 + l_2]$.

Si se procede como en 3.2, para cada NBT del haz la utilidad máxima es el número borroso que se obtiene al sustituir estos valores en la fórmula (5):

$$U_l^* = \frac{k(\mathcal{T}[+]L)(\mathcal{T}[+]L)}{4(\mathcal{P}_1[+]L)(\mathcal{P}_2[+]L)} \tag{8}$$

U_l^* no es un NBT, y sus α -cortes son $U_{l\alpha}^* = [(U_l^*)_1(\alpha), (U_l^*)_2(\alpha)]$.

Con el fin de determinar las situaciones más favorable y más desfavorable para el consumidor, se considera:

- $(U_1^*)_1(0)$ representa la utilidad máxima en el escenario más pesimista para el consumidor: los precios más altos y el menor nivel de ingreso.

El sistema de ecuaciones es:
$$\begin{cases} kq_1 \cdot q_2 = (U_1^*)_1(0) \\ cq_1 + f \cdot q_2 = i_1 + l_1 \end{cases} \quad (9)$$

- $(U_2^*)_2(0)$ representa la utilidad máxima en la situación más favorable para el consumidor: los precios más bajos y el mayor nivel de ingreso.

El sistema correspondiente resulta:
$$\begin{cases} kq_1 \cdot q_2 = (U_2^*)_2(0) \\ a \cdot q_1 + d \cdot q_2 = i_3 + l_2 \end{cases} \quad (10)$$

Estas dos situaciones corresponden a los valores con nivel de presunción $\alpha = 0$.

En consecuencia, la utilidad máxima toma valores en el intervalo $[(U_1^*)_1(0), (U_2^*)_2(0)]$.

Si se tiene en cuenta la función de densidad de probabilidad, puede efectuarse un análisis de la situación a partir de:

i) La media y la varianza

El ingreso del agente puede determinarse a partir de la media (\bar{l}) y la varianza $(\sigma^2(L))$ de la variable aleatoria del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \tilde{l} [+]L &= (i_1, i_2, i_3) [+] (\bar{l}, \sigma^2[L]) \\ \tilde{l} [+]L &= (i_1 + \bar{l}, i_2 + \bar{l}, i_3 + \bar{l}) [+] (0, \sigma^2[L]) \end{aligned}$$

Si se calcula el desvío estándar $\sigma[L] = \sqrt{\sigma^2[L]}$ y se opera, se obtiene el siguiente haz de NBT:

$$(i_1 + \bar{l} - \sigma[L], i_2 + \bar{l} - \sigma[L], i_3 + \bar{l} - \sigma[L]) \leq (a_1, a_2, a_3) \leq (i_1 + \bar{l} + \sigma[L], i_2 + \bar{l} + \sigma[L], i_3 + \bar{l} + \sigma[L])$$

Luego, la variable aleatoria $l \in [a, b]$, donde $a = \bar{l} - \sigma[L]$ y $b = \bar{l} + \sigma[L]$ y el ingreso del agente pertenece al intervalo $[i_1 + a, i_3 + b]$.

Al reemplazar en (8) para cada NBT del haz se obtiene un número borroso que no es triangular, que representa la utilidad máxima, cuyos α -cortes son $U_{l\alpha}^* = [(U_1^*)_1(\alpha), (U_2^*)_2(\alpha)]$.

En este caso, en la situación más desfavorable para el consumidor, la utilidad máxima es $(U_a^*)_1(0)$ y en la más favorable $(U_b^*)_2(0)$. El intervalo en el cual varía la utilidad máxima es $[(U_a^*)_1(0), (U_b^*)_2(0)]$ y está incluido en $[(U_{i_1}^*)_1(0), (U_{i_2}^*)_2(0)]$.

ii) La esperanza matemática del número híbrido

Se considera la esperanza matemática del número híbrido (Kaufmann y Gupta, 1985).

$$\xi_\alpha(\tilde{I}[+]L) = [i_1 + (i_2 - i_1)\alpha + \xi(L); i_3 + (i_2 - i_1)\alpha + \xi(L)]$$

$$\xi(\tilde{I}[+]L) = [i_1 + \xi(L), i_2 + \xi(L), i_3 + \xi(L)]$$

Este NBT pertenece al haz cuya envolvente es \tilde{E} .

$$\text{Al reemplazar en (5) se obtiene: } \tilde{U}_\xi^* = \frac{k \xi_\alpha(\tilde{I}[+]L) \xi_\alpha(\tilde{I}[+]L)}{4 \tilde{P}_1 \tilde{P}_2} \quad (11)$$

Como la esperanza matemática de cada número híbrido es un número borroso, que en este caso es triangular (Kaufmann y Gupta, 1985), para obtener la utilidad máxima se procede como en 3.2.

3.3.1 Caso de estudio 4

Se consideran los precios y la función de utilidad del **Caso de estudio 3** y si se adiciona al ingreso mensual del agente una componente aleatoria, el mismo puede expresarse mediante un número híbrido cuya componente borrosa es el NBT (8.80,10,11), y su componente aleatoria toma sus valores en el intervalo $[2,11]$ y tiene distribución triangular con media $\bar{l} = 6$ y varianza $\sigma^2(L) = 3.5$.

¿Cuál es el nivel de satisfacción más alto que el agente puede obtener con dicho ingreso? (Los datos se expresan en cientos de pesos).

Dadas las condiciones del problema, pueden expresarse los precios mediante los NBT $\tilde{P}_1 = (0.48, 0.50, 0.55)$ y $\tilde{P}_2 = (0.55, 0.60, 0.66)$, y el ingreso al reemplazar en (7) como $\tilde{I}[+]L = (8.80 + l, 10 + l, 11 + l) \quad \forall l \in [2, 11]$.

En la Tabla 3 se expresan los datos mediante sus α – cortes:

α – cortes	
Precio del bien A	$P_{1\alpha} = [0.48 + 0.02\alpha; 0.55 - 0.05\alpha]$
Precio del bien B	$P_{2\alpha} = [0.55 + 0.05\alpha; 0.66 - 0.06\alpha]$
Ingreso	$(I[+]L)_\alpha = [8.80 + l + 1.20\alpha; 11 + l - \alpha]$

Tabla 3. α -cortes

Si se consideran los valores extremos $l_1 = 2$ y $l_2 = 11$, se obtiene el haz de NBT:

$$(10.80, 12, 13) \leq (i_1 + l, i_2 + l, i_3 + l) \leq (19.80, 21, 22)$$

La envolvente del haz puede representarse mediante el número borroso trapecial:

$$\tilde{E} = (10.80, 12, 21, 22)$$

Al reemplazar en (8), se obtiene la expresión de la utilidad máxima para cada NBT del haz:

$$U_{l\alpha}^* = \frac{3[8.80 + l + 1.20\alpha, 11 + l - \alpha][8.80 + l + 1.20\alpha, 11 + l - \alpha]}{4.[0.48 + 0.02\alpha, 0.55 - 0.05\alpha][0.55 + 0.05\alpha, 0.66 - 0.06\alpha]}$$

Al operar con los intervalos, se obtiene para cada valor de la variable aleatoria un número borroso que no es triangular y sus α -cortes son:

$$U_{l\alpha}^* = \left[\frac{232.32 + 52.8l + 3l^2 + 63.36\alpha + 7.2\alpha l + 4.32\alpha^2}{1.452 - 0.264\alpha + 0.012\alpha^2}, \frac{363 + 66l + 3l^2 - 66\alpha - 6\alpha l + 3\alpha^2}{1.056 + 0.14\alpha + 0.04\alpha^2} \right]$$

La utilidad máxima en el escenario más pesimista para el consumidor, que corresponde a los precios más altos y el menor nivel de ingreso, se obtiene al reemplazar en (9): $(U_{l_1}^*)_1(0) \cong 240.99$ ($l_1 = 2$).

Al sustituir en (10), resulta $(U_{l_2}^*)_2(0) = 1375$ ($l_2 = 11$), que representa la utilidad máxima en la situación más favorable para el consumidor: los precios más bajos y el mayor nivel de ingreso.

Luego, $U_l^* \in [240.99, 1375]$.

i) Si se trabaja con la media y la varianza de la variable aleatoria, se tiene:

$$\tilde{l}[+]_L = (8.80,10,11) [+] (6,3.5)$$

$$\tilde{l}[+]_L = (14.80,16,17) [+] (0,3.5)$$

El resultado se puede escribir determinando el desvío estándar:

$$\sqrt{3.5} \cong 1.87$$

Luego, el ingreso es un número borroso perteneciente al siguiente haz:

$$(12.93, 14.13, 15.13) \leq (i_1, i_2, i_3) \leq (16.67, 17.87, 18.87)$$

La envolvente del haz es el número borroso trapecial $\tilde{M} = (12.93, 14.13, 17.87, 18.87)$, representado en la Figura 10.

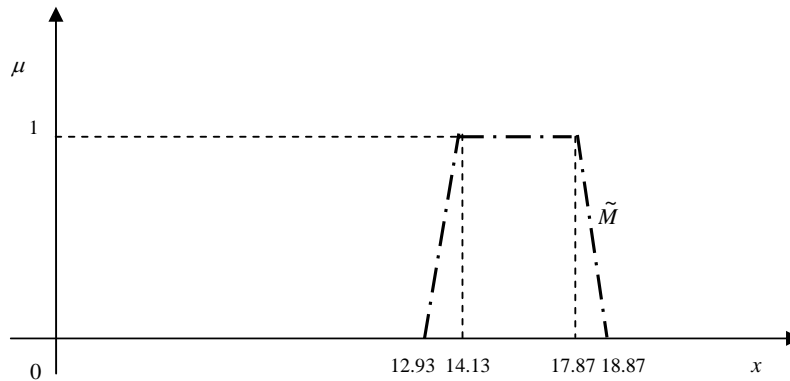


Figura 10. Distribución *fuzzy* del ingreso

Al reemplazar en (8), se obtiene la expresión de la utilidad máxima para cada NBT del haz:

$$U_{l\alpha}^* = \frac{3[8.80 + l + 1.20\alpha, 11 + l - \alpha][8.80 + l + 1.20\alpha, 11 + l - \alpha]}{4[0.48 + 0.02\alpha, 0.55 - 0.05\alpha][0.55 + 0.05\alpha, 0.66 - 0.06\alpha]}, \quad l \in [6 - \sqrt{3.5}, 6 + \sqrt{3.5}]$$

Al operar con los intervalos, se obtiene para cada valor de la variable aleatoria un número borroso que no es triangular:

$$U_{l\alpha}^* = \left[\frac{232.32 + 52.8l + 3l^2 + 63.36\alpha + 7.2\alpha l + 4.32\alpha^2}{1.452 - 0.264\alpha + 0.012\alpha^2}, \frac{363 + 66l + 3l^2 - 66\alpha - 6\alpha l + 3\alpha^2}{1.056 + 0.14\alpha + 0.04\alpha^2} \right]$$

En consecuencia, la utilidad máxima en el escenario más pesimista para el consumidor es: $(U_a^*)_1(0) \cong 345.42$ ($a = 6 - \sqrt{3.5}$) y en el más optimista, $(U_b^*)_2(0) = 1011.58$ ($b = 6 + \sqrt{3.5}$), para la distribución de ingreso considerada. Luego, el intervalo de utilidad máxima es $[345.42, 1011.58]$.

ii) Para analizar este caso de estudio mediante el valor esperado del número híbrido se considera:

- La esperanza matemática de la variable aleatoria: $\xi(L) = 6$
- Luego, la esperanza matemática del número híbrido:

$$\xi(\tilde{I}[+])L = (8.80 + \xi(L), 10 + \xi(L), 11 + \xi(L))$$

$$\tilde{H} = (14.80, 16, 17)$$

Expresado por sus α -cortes: $H_\alpha = [14.80 + 1.20\alpha; 17 - \alpha]$

En la Figura 11 se observa que \tilde{H} pertenece al haz de NBT cuya envolvente es \tilde{M} , el que a su vez está incluido en \tilde{E} .

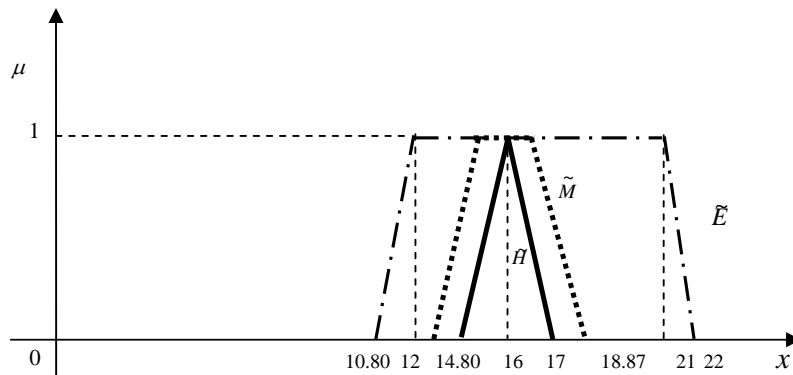


Figura 11. Esperanza matemática de $\tilde{I}[+]L$ y envolventes \tilde{M} y \tilde{E}

Al reemplazar en (11), se obtiene el siguiente número borroso que no es triangular, cuyos α -cortes son:

$$\left(U_{\xi}^* \right)_{\alpha} = \left[\frac{657.12 + 106.56\alpha + 4.32\alpha^2}{1.452 - 0.264\alpha + 0.012\alpha^2}, \frac{867 - 102\alpha + 3\alpha^2}{1.056 + 0.14\alpha + 0.004\alpha^2} \right]$$

Por lo tanto, en el valor esperado de la variable aleatoria, si $\alpha=0$ resultan $(U_{\xi}^*)_1(0) \cong 452.56$ y $(U_{\xi}^*)_2(0) \cong 821.02$ que corresponden respectivamente, a la situación más desfavorable y más favorable del agente. Para $\alpha=1$ se presenta la situación de máxima presunción donde $(U_{\xi}^*)_1(1) = (U_{\xi}^*)_2(1) = 640$.

Es importante destacar que, al trabajar con la esperanza matemática, la utilidad máxima toma valores del intervalo $[452.56, 821.02]$ que está incluido en el intervalo $[345.42, 1011.58]$, que se obtuvo al trabajar con la media y la varianza, y éste a su vez en el intervalo $[240.99, 1375]$ que corresponde al análisis en los valores extremos de la variable aleatoria.

4. CONCLUSIONES

En un escenario en el cual tanto los precios como el ingreso del consumidor varían dentro de ciertos rangos cuyas componentes son borrosas y/o aleatorias, es más adecuado expresarlos mediante intervalos, números borrosos o números híbridos, y lograr de este modo una generalización *fuzzy* del modelo nítido que lo incluye como caso particular.

En la Tabla 2 (**Caso de estudio 3**) se observa que para $\alpha=0$ el intervalo obtenido es el mismo del **Caso de estudio 2**, y los extremos del intervalo corresponden a la situación más favorable y más desfavorable respectivamente. Para el nivel de máxima presunción ($\alpha=1$), se obtiene la solución del **Caso de estudio 1** (versión determinística). En consecuencia, se observa que el resultado nítido es un caso particular del problema *fuzzy*.

Al incorporar aleatoriedad en el ingreso del agente (**Caso de estudio 4**), se observa que al utilizar la esperanza matemática del número híbrido, hay mayor pérdida de información que al trabajar con la media y la varianza de la variable aleatoria.

El empleo de metodología *fuzzy* en este tipo de problemas proporciona mayor información al decisor que cuando se aplican técnicas matemáticas rígidas.

El enfoque a utilizar dependerá de la información disponible y de los objetivos del decisor.

BIBLIOGRAFÍA

Chiang, A.C. (1994). *Métodos fundamentales de economía matemática*. McGraw-Hill, Madrid.

Henderson, J.M.; Quandt, R.E. (1991). *Teoría Microeconómica. Una aproximación matemática*. Editorial Ariel S.A., Barcelona.

Hoffmann, L.; Bradley, G.; Rosen, K. (2004). *Cálculo Aplicado Para Administración, Economía y Ciencias Sociales*. McGraw-Hill, México.

Kaufmann, A.; Gupta, M. (1985). *Introduction to Fuzzy Arithmetic*. Van Nostrand Reinhold Company, Nueva York.

Lazzari, L. (Comp.) (2001). *Los conjuntos borrosos y su aplicación a la programación lineal*. Facultad de Ciencias Económicas, UBA, Buenos Aires.

Lazzari, L.L.; Machado, E.A. M.; Pérez, R.H. (1998). *Teoría de la decisión fuzzy*. Ediciones Macchi, Buenos Aires.

Varian, H.R. (2007) *Microeconomía Intermedia*. Antoni Bosch Editor, Barcelona.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en el marco del Proyecto E018 “Desarrollo e implementación de modelos fuzzy para la toma de decisión en el ámbito de las Ciencias Económicas” de la Programación Científica 2008-2010 de la Universidad de Buenos Aires.

CARACTERIZACIÓN DE LA TRANSICIÓN AL CAOS EN ECONOMÍA

Vera W. de Spinadel
Laboratorio de Matemática & Diseño
Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo
Universidad de Buenos Aires
Intendente Güiraldes 2160 – Pabellón III – Ciudad Universitaria – Ciudad de
Buenos Aires – C1428EGA
vspinade@fibertel.com.ar

Recibido 15 de septiembre de 2008, aceptado 30 de octubre 2008

Resumen

Básicamente, cualquier proceso que evoluciona con el tiempo es un sistema dinámico. Los sistemas dinámicos aparecen en todas las ramas de la ciencia y, virtualmente, en todos los aspectos de la vida. La Economía es un ejemplo de un sistema dinámico: las variaciones de precios en la Bolsa de Valores son un ejemplo simple de la evolución temporal de dicho sistema. El principal objetivo del estudio y análisis de un sistema dinámico es la posibilidad de predecir el resultado final de un proceso.

Algunos sistemas dinámicos son predecibles y otros no lo son. Existen sistemas dinámicos muy simples que dependen de una sola variable y muestran un comportamiento sumamente no predecible, debido a la presencia del “caos”, esto es, poseen una dependencia sensible a los valores iniciales.

El objetivo principal de este trabajo es investigar cuáles son los factores que producen caminos alternativos para pasar del orden al caos en problemas económicos.

Palabras clave: caos, atractores y repulsores, bifurcación, atractor extraño, contornos fractales.

CHARACTERIZATION OF THE ONSET TO CHAOS IN ECONOMY

Vera W. de Spinadel
Laboratorio de Matemática & Diseño
Facultad de Arquitectura, Diseño y Urbanismo
Universidad de Buenos Aires
Intendente Güiraldes 2160 – Pabellón III – Ciudad Universitaria – Ciudad de
Buenos Aires – C1428EGA
vspinade@fibertel.com.ar

Received 15 September 2008, accepted 30 October 2008

Abstract

Basically, any process evolving with time is a dynamical system. Dynamical systems appear at every branch of Science and virtually at every aspect of life. Economy is an example of a dynamical system: the prices variations at the Stock Exchange is a simple illustration of the temporal evolution of this system. The main objective of the study and analysis of a dynamical system is the possibility of predicting the final result of a process.

Some dynamical systems are predictable and some are not. There are very simple dynamical systems depending only on one variable that show a highly non predictable behavior, due to the presence of “chaos”, that means they possess a sensitive dependence on the initial values.

The main aim of this paper is to investigate which are the factors that produce alternative roads to pass from order to chaos in economic problems.

Keywords: chaos, attractors and repellers, bifurcation, strange attractor, fractal basin boundaries.

1. DYNAMICAL SYSTEMS

Basically, any process evolving with time is a dynamical system. Dynamical systems appear at every branch of Science and virtually at every aspect of life. Economy is an example of a dynamical system: the prices variations at the Stock Exchange is a simple illustration of the temporal evolution of this system.

The main objective of the study and analysis of a dynamical system is the possibility to predict the final result of a process. A natural question arising in this field is the following:

(1) If we know with every detail the past evolution of a temporal process, can we predict what will happen in the future?

Mathematically, the question is posed in this way:

(1) Can we derive the asymptotic behavior of the dynamical system if we know exactly its past evolution?

The answer to this fundamental question is sometimes affirmative and sometimes negative. This means that some dynamical systems are predictable -- i.e., we can be sure that the sun will rise every morning - - and some are not predictable -- i.e., we cannot be completely sure when will it rain.

What is that makes the difference between predictable and non predictable dynamical systems? It is not the number of parameters intervening in the process, as may be believed by the analysis of the previous examples: dynamical systems with a great number of variables, like the economy of a country, are certainly not predictable. But on the contrary, there are very simple dynamical systems depending only on one variable that show a highly non predictable and essentially stochastic behavior.

The blame -- if any -- for this high lack of predictability is to be put on the mathematical notion of “**chaos**”, which surprisingly appears more frequently than we expect, even in the simplest dynamical system.

If the mathematical description of the dynamical system is given by one or more differential equations, we say it is a “**continuous dynamical system**”. If, instead, its behavior is described by one or more equations in differences, like the one we shall expose in the following example, it is a “**discrete dynamical system**”. We know real dynamical systems are continuously evolving with time, but in many situations the dynamical system state in a certain point at a certain instant of time depends on the state of the system at a previous instant: in most cases it is more convenient to choose a discrete dynamical model.

Example: Let us assume that today I deposit \$ 1,000 at a bank that pays an interest rate of 10% per year. At the end of the first year, I shall have

$$C(1) = 1,000 + 0.1 (1,000) = 1.1 (1,000) = 1,100.$$

Similarly, at the end of the second year, my capital will amount to

$$C(2) = 1.1 (1.1) 1,000 = (1.1)^2 1,000.$$

Obviously, if we call $C(0)$ the initial capital, the discrete dynamical system will satisfy the following equation:

$$C(n + 1) = C(n) + 0.1 C(n) \quad \text{where } n = 0, 1, 2, \dots$$

whose solution is

$$C(k) = (1.1)^k C(0) \quad \text{for } k = 1, 2, 3, \dots$$

In this case, we say it is a “**discrete first order dynamical system**”, because every iteration depends only on the previous one. More generally, if a dynamical system is described by a set of equations such as

$$(1.1) \quad A(n + 1) = f(A(n)) \quad \text{for } n = 0, 1, 2, \dots$$

where f is any function, we say it is of first order. Evidently, a dynamical system can be of higher order, for example: $A(n + 2) = 3 A(n + 1) + A(n)$ is a second order dynamical system. To solve this dynamical system, it is necessary to know not only the value of $A(0)$ but also the value of $A(1)$, because if not one could not find the value of $A(2)$. These values of $A(0)$ and $A(1)$ are called “**initial values**”. It is easy to generalize this result:

To solve a dynamical system of order m it is necessary to fix m initial values.

If the function f is linear and its graph $(x, f(x))$ passes through the coordinate origin, the dynamical system is called “**linear**”, i.e. $A(n + 1) = k A(n)$, where k is a constant. If $f(x)$ is linear but its graph does not cross the origin, the dynamical system is called “**affine**”, i.e. $A(n + 1) = m A(n) + b$, where m and b are constants.

Finally, if $f(x)$ is not linear, i.e. $A(n + 1) = A^2(n) + A^3(n - 1)$, the dynamical system is called “**nonlinear**”. Evidently, linear systems are much easier to handle, but nonlinear dynamical systems are more successful in modeling the real world phenomena.

2. FIXED POINTS. ATTRACTORS AND REPELLERS

Given a first order dynamical system

$$(2.1) \quad A(n + 1) = f(A(n)) \quad \text{with } A(0) = a$$

we say that the point a is an “**equilibrium point**” or “**fixed point**” for this system if $A(k) = a$ for every value of k . That is, $A(k) = a$ is a constant solution for the dynamical system. Constant solutions are important in the sense that they inform us about the future behavior of the dynamical system. It is very easy to prove that the point a is a fixed point for (2.1) if and only if $a = f(a)$. Indeed, if we state a is a fixed point, being $A(0) = a$, it results

$$\begin{aligned} A(1) &= f(A(0)) = f(a) = a \\ A(2) &= f(A(1)) = f(f(A(0))) = f(f(a)) = f(a) = a \\ &\dots\dots\dots \end{aligned}$$

and conversely, if all these equations are satisfied, we are sure a is, by definition, a fixed point for (2.1).

Example 1: Let us have the following first order dynamical system

$$A(n + 1) = - 0.8 A(n) + 3.6.$$

The fixed point a of this system must satisfy the first degree algebraic equation

$$a = - 0.8 a + 3.6 \quad \text{from where } a = 2.$$

Example 2: Let us have the nonlinear dynamical system

$$A(n + 1) = 1.5 A(n) - 0.5 A^2(n).$$

To find the fixed points of this system, we must solve the second degree equation

$$a = 1.5 a - 0.5 a^2,$$

whose solutions are $a = 0$ and $a = 1$.

Now, the question is: how do we analyze the stability of a fixed point? The answer is intuitively evident in the sense that the point a will be a “**stable fixed point**” or “**attractor**” if, as time passes by, the values of the iterates $A(k)$ for very big values of k are very near the point a . Mathematically, we say that a is an attractor if there exists a number ϵ such that

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A(n) = a$$

when $|a_0 - a| < \varepsilon$.

On the opposite, a will be called “**unstable**” or “**repeller**” if there exists a number ε such that

$$|A(n) - a| > \varepsilon$$

when $0 < |a_0 - a| < \varepsilon$. for some values of n but not necessarily all values.

It is necessary to mention that there exist also fixed points that are neither stable nor unstable, i.e., the fixed point a may be half stable, attracting solutions coming from its right and repelling solutions coming from its left, or vice versa.

Obviously, it is in general impossible to solve analytically a nonlinear dynamical system. We may calculate the successive iterates $A(0)$, $A(1)$, ... , $A(n)$ for n sufficiently big, but we are not able to find an analytic expression of $A(n)$ in terms of n . Notwithstanding, if there are fixed points in the dynamical system, we have a very simple criterion for determining when the fixed point is stable or not. In fact, a will be an attractor if $|f'(a)| < 1$ and a repeller if $|f'(a)| > 1$. This is because the first derivative at the fixed point $f'(a)$ is the best linear approximation to the curve $f(x)$ in a sufficiently small neighborhood of the point a , and this linear approximation is all what we need to analyze the stability of the fixed point. If, finally, $f'(a) = \pm 1$, the first derivative gives not enough information, it is necessary to calculate also the second and the third derivatives of $f(x)$ to determine the stability of the fixed point.

In Example 1, being $f(x) = -0.8x + 3.6$; $f'(x) = -0.8$ and $f(2) = -0.8$, with absolute value $0.8 < 1$, the fixed point $a = 2$ is an attractor, while in Example 2, being $f(x) = 1.5x - 0.5x^2$, the derivative is $f'(x) = 1.5 - 2x$. So $f'(0) = 1.5 > 1$ and the fixed point is a repeller; instead $f'(1) = -0.5$ with absolute value $0.5 < 1$ and the fixed point is an attractor.

Instead of calculating derivatives, it is much easier to analyze the stability through the use of a “**graphical iteration method**” that consists in the following procedure:

Let us have the dynamical system

$$A(n+1) = f(A(n)) \quad \text{with } A(0) = x_0.$$

The sequence of iterates is

$$A(1) = f(x_0); A(2) = f(A(1)) = f(f(x_0)); \dots ;$$

$$A(n+1) = f(A(n)) = f(f(\dots(f(x_0))) = f^n(x_0)$$

where f^n indicates the n th iterate of the function f .

If we represent in the same coordinate system the graph of $y = f(x)$ and the straight line $y = x$, obviously the point of intersection of both graphs is a fixed point a . If we begin with a certain x_0 and mark $f(x_0) = A(1)$ on the y -axis, tracing an horizontal line until it cuts the line $y = x$, we get $A(2)$ on the x -axis and $f(A(2)) = A(3)$ on the y -axis and so on. If, like in Fig. 1 that corresponds to Example 1, the behavior is stable because the sequence of iterates tends to the fixed point $a = 2$, we say that this point is an attractor. Instead, if like in Fig. 2 that corresponds to Example 2, the sequence of iterates tends to go away from the fixed point $a = 0$, we conclude that this point is repelling or unstable. Clearly, the other fixed point $x = 1$ is attracting or stable.

3. BIFURCATIONS

Mostly, we do consider our universe as continuous, in the sense that a small variation in the “*entry*” produces a small variation at the “*exit*”. But this is not always the rule! Precisely, “**bifurcation theory**” is the study of the point at which the qualitative behavior of a dynamical system changes.

A physical example in which there is a bifurcation is the melting point of ice. As everybody knows, the qualitative behavior of water when the temperature is above freezing is quite different from the behavior when the temperature is below freezing. The value of the temperature of water at which there is a breaking point is called the “**bifurcation value**”.

Another physical system where we find bifurcations is the “*turbulence*”. In the 19th century, the English physicist, Osborne Reynolds (1842-1912), experimented with pipes of different diameters and discovered a number -- called today “**Reynolds number**”-- that indicates the engineer at which instant of time the system will become turbulent. This number depends on the pipe width, the fluid viscosity and the flow velocity. It is one of the ends of a spectrum that covers from regular flow to vortices, periodic fluctuations and chaos. A curious characteristic of this spectrum is its “*self-similarity*”, repeating itself in different scales.

To describe the behavior of a dynamical system, we use a “**bifurcation diagram**”. How do we construct it? Let us assume we have a dynamical

system involving a parameter b . We find all fixed points a as a function of b and plot these functions on the $(b-a)$ plane. We look for ranges of b for which each of these fixed points is attracting and draw vertical arrows towards them. Similarly, for repelling fixed points, we draw arrows away from them. Finally, we also draw arrows either up or down for values of b for which there are no fixed points.

Example 1. Deer population growth

Consider a population where it is allowed to hunt b units of deer per season. The dynamical system that models growth is the following

$$A(n+1) = 1.8 A(n) - 0.8 A^2(n) - b.$$

The fixed points are the solutions of equation

$$a = 1.8 a - 0.8 a^2 - b$$

or else

$$0.8 a^2 - 0.8 a + b = 0 \quad \text{from where } a^2 - a + 1.25 b = 0,$$

$$\text{whose solutions are: } a = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 5b}}{2}.$$

There are three cases:

- 1) $1 - 5b < 0$, that is, $b > 0.2$: in such a case, there are no fixed points;
- 2) $1 - 5b > 0$, that is, $b < 0.2$: in this case we have two fixed points and

it is easy to prove that $a_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 5b}}{2}$ is attracting or stable if $-1.05 <$

$b < 0.2$ and $a_2 = \frac{1 - \sqrt{1 - 5b}}{2}$ is repelling or unstable if $b < 0.2$;

- 3) $b = 0.2$ and there is only one double root $a = 0.5$.

The value $b = 0.2$ is the bifurcation value and the bifurcation diagram is the one depicted in Fig. 3.

Example 2. In some cases, like the following dynamical system

$$A(n+1) = -A(n) + 4,$$

whose fixed point is the solution of equation: $a = -a + 4$, that is, $a = 2$, if we let the initial condition be $A(0) = 6$, we get a closed figure when we

follow the vertical and horizontal procedure for determining graphically the stability of the fixed point $a = 2$ (see Fig. 4). This means that the solution forms a “**2-cycle**” oscillating between $x = -2$ and $x = 6$.

In this case, the fixed point is said to be “**neutral**”.

4. CHAOS AND STRANGE ATTRACTORS

Intuitively, a dynamical system exhibits “**chaos**” if it has a sensitive dependence on the initial values. More precisely, a dynamical system has *sensitive dependence on the initial values* if, whenever you take two initial values, a_0 and b_0 , which are close together. Then the two corresponding sequences of successive iterates $A(k)$ and $B(k)$ eventually get further apart.

To detect chaos, we need two new concepts:

1. The set of all attracting points in a dynamical system is called an “**attractor**”.
2. A dynamical system is said to be “**transitive**” if, when the initial value a_0 is close to some point in an attractor S , the sequence of iterates $A(k)$ gets “close” to every point in S .

Suppose now a dynamical system that is:

- I) transitive on its attractor S ;
- II) has sensitive dependence of initial values and
- III) has repelling cycles that are close to the attractor S .

Then this dynamical system exhibits “**chaos**” and the attractor is called a “**strange attractor**”. In other words, a dynamical system exhibits chaos if in one sense there is *unpredictability* (the sensible dependence on initial values makes impossible to state precise predictions), but in another sense, there is *predictability* (the property of transitivity assures we will be at a point on the strange attractor, but we do not know when!). As curious as it may sound, we have also *order out of chaos*, in the sense that we have lots of cycles (nice solutions that repeat every 2^n time periods).

In Fig. 5 we show a beautiful example of a strange attractor: it is the so called *Lorenz attractor*, discovered by the meteorologist Edward N. Lorenz in 1962, at the Massachusetts Institute of Technology, long before this concept was introduced in the scientific world.

In this figure, the solution of the system of three nonlinear differential equations starts from the origin $(0,0,0)$ at time $t = 0$, then makes one loop to the right, then a few loops to the left, then to the right and so on in irregular manner. If one would take, instead of $(0,0,0)$, a nearby initial condition, the new solution would soon deviate from the old one and the numbers of loops to the left and to the right would no longer be the same: this is a proof of the sensitive dependence with respect to initial conditions.

Strange attractors are relatively abstract mathematical entities but computers give them some life and draw pictures of them. Finally, it is interesting to mention that all strange attractors that have been found up to now have fractal dimensions that are not necessarily integer numbers. The magnitude of the fractal dimension is, intuitively, a measure of the “roughness” of the configuration, either a line or a surface.

5. FRACTAL BASIN BOUNDARIES

Sensitive dependence on initial conditions is one of the main properties of chaos generation. Notwithstanding, there exists a different kind of sensitivity, namely the so called “**final state sensitivity**”. This phenomenon may arise whenever there are several coexisting attractors and not only one. These several attractors may be strange attractors or simply attractive fixed points of a dynamical system. Therefore, there must be a “*boundary*” of the corresponding basins of attractions. Such boundaries are often fractals.

Physically, an initial point can only be specified numerically up to some precision b . If all orbits that started within the distance b from the initial point converge to the *same* attractor, then it is possible to predict the final state. However, if some of these orbits converge to one attractor and the rest of them to another, no longer can we predict the final state corresponding to the initial point. Obviously, this difficulty grows when the fractal dimension of the basin boundaries gets larger.

Summarizing

Fractal basin boundaries with a large fractal dimension are an impediment for the predictability in nonlinear dynamical systems with several attractors.

A beautiful computer model of such a behavior is thoroughly analyzed by Peitgen et al., p. 757.

6. ROUTES TO CHAOS. ARE THEY UNIVERSAL?

The concept of “*chaos*” is very ancient: it comes from the Pelasgian people, who lived at the Peloponnesian Peninsula before the Greek culture. In his religious ideology, afterwards adopted by the Greeks -- as is mentioned by Robert R. Graves (1895-1985) -- the meaning of chaos was the “*abysmal void*”, previous to the birth of the world (**cosmos: order**). It was considered like a goddess -- Eurynome, all the names -- and conceived like the main element or shapeless mass, including the future constituent elements of the world (air, water, earth and fire) confusedly mixed. Until the '80 decade, the word “*chaos*” indicated a state of disorder, of deterioration and even of death. Since the eighties, the paradigm has notably changed. Scientists have recognized that Nature may use chaos in a constructive way. Through the amplification of small fluctuations, it facilitates natural systems the access to *creativity*. Biological evolution needs genetic variability; the concept of chaos supplies a way of structuring random changes, making it possible that variability be under evolutive control.

The same process of intellectual progress is based upon the injection of new ideas and new ways of connecting the old ones. Under what is known as innate creativity, there could be an underlying chaotic process that amplifies selectively small fluctuations and molds them in coherent and macroscopic mental stages that are experimented as *thoughts*. In some cases, thoughts may be decisions or what is felt like an exercise of will. From this point of view, chaos supplies a mechanism that allows free will in a world governed by deterministic laws.

Precisely in these last years, together with researches about certain nonlinear phenomena that pass from order to chaos in different scientific fields, there have been a lot of investigations on subjects like Medicine, Neuronal Nets (research on the functioning of the human brain), Evolution and History, Enterprises Management, Factories Organization, Development and Planning of Cities, Criminality and Society, Urban Morphology, etc.

How do we arrive practically to “*chaos*”? Given a physical system there are, obviously, many alternative roads to pass from order to chaos, but some of them show certain characteristics that are common to another processes that have nothing to do with them! That is, these roads to chaos are completely independent of the concrete system in observation. For this reason, they are called “**universal**”, adopting a terminology introduced by the physicists Leo Kadanoff, Kenneth Wilson and Michael Fischer in the seventies, analyzing the properties of phase changes. In this context, a description has been developed, playing a very important role in the analysis of complex systems. It is the description of the invariance in the

presence of “*scale changes*” in natural structures. This property has been designed as “*self-similarity*” and is an essential feature of “*fractals*”.

But if we ask ourselves: *Which are the routes to chaos?* the answer is still open! There exist some universal scenarios of the roads to chaos, such as “**period doubling bifurcations**”.

7. PERIOD DOUBLING BIFURCATIONS IN ECONOMY

The classical deterministic model of economical growth, as is well known, depends on three elements:

1. An equation relating the net rate of births of the population with the money income
2. A production function describing the “**immediate product of labor**”
3. A distribution function defining the wages of labor.

The astonishing range of qualitative behaviors corresponding to the classical model and its onset to chaos may be analyzed when one specifies the production function. A reasonable production function is the one given by the following nonlinear equation

$$(7.1) \quad f(P) = k P^b (1 - P)^d$$

in which the term AP^b represents the usual power production function and the term $(1-P)^d$ is a factor of productivity reduction due to a concentrated population surplus. Let us assume, for simplicity, that $b = d = 1$. Then, the production function is given by the following quadratic equation

$$(7.2) \quad f(P) = k P (1 - P)$$

which is the well known “**logistic equation**”, discovered by Pierre F. Verhulst (1804-1849) studying the dynamics of population [6]. And what is most remarkable about this equation: it describes a nonlinear dynamical system of economical growth of complicated behavior! This means that we have to solve iteratively the simplest nonlinear map given by

$$(7.3) \quad \boxed{P_{n+1} = k P_n (1 - P_n)}$$

The detailed dynamics of the logistic map described by equation (7.3) is easily followed on a computer. The experiment consists of studying the iterates P_n for successive values of k , taking as time unit a generation of 25 years. In Fig. 6 we notice a pitchfork bifurcation for the dynamical

system $P(n + 2) = f(f(P(n)))$, where $f(x) = kx(1 - x)$; $0 \leq k \leq 3.45$. This 2-cycle corresponds to a period doubling bifurcation for the original system. Similarly, in Fig. 7 we have a pitchfork bifurcation for the dynamical system $P(n + 4) = f(f(f(f(P(n)))))$ that corresponds to a 4-cycle for the logistic equation; $0 \leq k \leq 3.54$. In Fig. 8 we see an 8-cycle for $3.55 \leq k \leq 3.57$. Finally, in Fig. 9 we have the whole bifurcation diagram from first period-doubling bifurcation at $k = 3.0$ to ergodic limit at $k = 4$. The value k_∞ is the period-doubling accumulation point.

Summarizing, for $k < k_\infty = 3,5699456\dots$ the iterated values of the functions $f^n(P)$ are periodic. For $k = k_\infty$ the iterated values are a-periodic and converge to a **“strange attractor”** that is a two-scale Cantor set generated with a model of two different intervals $A_1 = 0,408$; $A_2 = A_1^2$ with equal probabilities $p_1 = p_2 = 0,5$. The fractal dimension D of this attractor model is given by equation (see Vera W. de Spinadel, p. 160)

$$(7.4) \quad A_1^D + A_2^D = 1$$

Or else $A_1^D + (A_1^D)^2 - 1 = 0$, which positive solution is

$$A_1^D = \frac{\sqrt{5}-1}{2} = 0,618\dots$$

This value is known in Physics as the **“Golden Mean”**, because the scientists use to work in the unitary interval, reducing all values mod

1. Notice that $0,618\dots = 1/\phi$, where $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,618\dots$ is mathematically known as the Golden Mean.

Then we have

$$D = \frac{\log 0,618}{\log 0,408} \cong 0,537,$$

that is really the maximum value of the logistic parabola (7.2).

In this example, the chaotic answer is generated by the nonlinearity of the production function. The time unity was considered as a generation of 25 years, because this was the period that the Classics thought appropriate for the study of long-run dynamics. However, it may be proved that there is also a chaotic behavior when there is a natural growth rate that would imply a duplication of population every two

generations, figure that appears to be reasonable in the context of historical registers.

Finally, it is interesting to mention that the same type of phenomenon of onset to chaos in Economy appears also in many nonlinear continuous temporal models, that is models described by differential equations. Such equations, to exhibit chaos, have to be of third order, what implies much more sophisticated considerations and a greater dependence outline the numerical calculus (see Benoit Mandelbrot & Richard Hudson).

REFERENCES

- Fischer, M.E. (1974). "The renormalization group in the theory of critical behavior". *Review of Mod. Phys.* 46, pp. 597-616.
- Kadanoff, L. (1983). *Roads to Chaos*. Physics Today, pp. 46-53.
- Lorenz, E.N. (1963). "Deterministic non-periodic flow". *J. Atmos.Sci.*, 20, pp.130-141.
- Mandelbrot, B.; Hudson, R.I. (2005). *The (Mis)Behavior of Markets: A fractal view of risk, ruin and reward*. Gardners Books.
- May, R.M. (1976). "Simple mathematical models with very complicated dynamics". *Nature* 261, 459 - 467.
- Peitgen, H.O.; Jürgens, H.; Saupe, D. (1992). *Chaos and Fractals – New frontiers of Science*. Springer-Verlag, New York Inc.
- Spinadel, V.W. de (2004). *From the Golden Mean to Chaos*. Buenos Aires, Argentina, Editorial Nobuko. 2nd edition, Editorial Nueva Librería, Buenos Aires
- Wilson, K.G. (1979). "Problems in Physics with many scales of length". *Sci. Amer.* 251, pp.140-157.

**UTILIZACIÓN DEL ANÁLISIS DISCRIMINANTE LOGÍSTICO
PARA EXPLORAR LAS CAUSAS DE LA EFICIENCIA DEL
SISTEMA BANCARIO ARGENTINO**

Claudia B. Peretto
Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Córdoba
Av. Valparaíso s/n - Ciudad Universitaria - Córdoba
cperetto@eco.unc.edu.ar

Recibido 23 de octubre de 2008, aceptado 22 de diciembre de 2008

Resumen

En el presente trabajo se desarrolla uno de los Métodos de Clasificación Supervisada conocido con el nombre de Análisis Discriminante Logístico o Regresión Logística. Se comentan en forma general los Métodos de Clasificación Supervisada y las reglas de clasificación para dos poblaciones. Luego, se hace un breve resumen del Método de Análisis Discriminante Lineal como nexa para el desarrollo del Análisis Discriminante Logístico. Los conceptos expresados sobre este tema son aplicados a una muestra de 66 entidades bancarias de la República Argentina con la finalidad de explorar las causas que expliquen la clasificación de las mismas en eficientes o ineficientes.

Palabras claves: Análisis Discriminante Logístico, entidades bancarias, eficiencia.

**USE OF LOGISTIC DISCRIMINANT ANALYSIS TO EXPLORE
THE CAUSES OF THE ARGENTINE BANKING SYSTEM'S
EFFICIENCY**

Claudia B. Peretto

Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Córdoba
Av. Valparaíso s/n - Ciudad Universitaria - Córdoba
cperetto@eco.unc.edu.ar

Received 23 October 2008, accepted 22 December 2008

Abstract

In this work it is developed one of the well-known Supervised Classification Methods, the Logistic Discriminant Analysis or Logistic Regression. The Supervised Classification Methods and the classification rules for two populations are commented in general form. Then, a brief summary of the Linear Discriminant Analysis Method is made as a nexus for the Logistic Discriminant Analysis development. All concepts used to express about this topic are applied to a sample of 66 bank entities of the Argentine Republic in order to explore the causes that divide the classification in efficient or inefficient.

Keywords: Logistic Discriminant Analysis, bank entities, efficiency.

1. INTRODUCCIÓN

Discriminación y clasificación son técnicas multivariadas relacionadas con la *separación* de conjuntos de distintos objetos (u observaciones) y con la *asignación* de nuevos objetos (u observaciones) a grupos previamente definidos. Estas técnicas reciben el nombre de *Métodos de clasificación supervisada* para indicar que conocemos una muestra de elementos bien clasificados que sirve como pauta o modelo para la clasificación de las siguientes observaciones.

El planteo estadístico es el siguiente: a partir de una muestra de entrenamiento, es decir, un conjunto de objetos cuya pertenencia a uno de los grupos preestablecidos se conoce, se deriva una regla que permite asignar cada una de las observaciones a uno de los grupos mutuamente excluyentes, minimizando la probabilidad de clasificar incorrectamente a los individuos.

Los objetivos inmediatos de discriminación y clasificación son, respectivamente, los siguientes:

- describir, gráfica o algebraicamente, las características diferenciales de los objetos (observaciones) de varios grupos conocidos (poblaciones). Se trata de encontrar “discriminantes” cuyos valores numéricos sean tales, que los grupos sean separados tanto como sea posible.
- clasificar objetos (observaciones) en dos o más clases identificadas. El énfasis radica en derivar una regla que pueda ser usada para asignar óptimamente objetos nuevos a las clases identificadas.

Estos objetivos frecuentemente se superponen, y la distinción entre separación y asignación se torna confusa.

2. REGLAS DE CLASIFICACIÓN PARA DOS POBLACIONES

Las unidades consideradas pueden ser separadas o clasificadas a partir de mediciones de, por ejemplo, p variables aleatorias $X^t = [x_1, \dots, x_p]$. Los valores observados de X difieren entre una clase y otra¹. Se pueden considerar dos poblaciones, que llamaremos G_1 y G_2 , que pueden ser descritas por sus funciones de densidad de probabilidad $f_1(\mathbf{x})$ y $f_2(\mathbf{x})$. Podemos pensar en la totalidad de los

¹ Si los valores de X no fueran muy diferentes para objetos en clases distintas, no habría problemas; es decir, las clases o poblaciones serían indistinguibles y un nuevo objeto podría asignarse a una u otra indistintamente.

valores de la primera clase como la población de los valores de X para G_1 y los de la segunda clase como la población de los valores de X para G_2 y, en consecuencia hablar, de asignación de observaciones a poblaciones u objetos a clases indistintamente.

Antes de introducirnos en el tema, es preciso definir algunos conceptos:

- **Probabilidad a priori:** probabilidad de que una observación seleccionada en forma aleatoria provenga de G_i :

$$\pi_i (i = 1, 2, \dots, g)$$

- **Función de probabilidad condicional a la clase:** función de probabilidad del vector X de variables en el grupo i -ésimo:

$$f(\mathbf{x}/i) = f_i(\mathbf{x})$$

- **Probabilidad a posteriori:** las reglas de decisión permiten obtener una estimación de la probabilidad condicional de que la clase sea i , fijado el vector de variables que corresponde a un elemento:

$$pr(Y = i/\mathbf{x}) \quad (i = 1, 2, \dots, g)$$

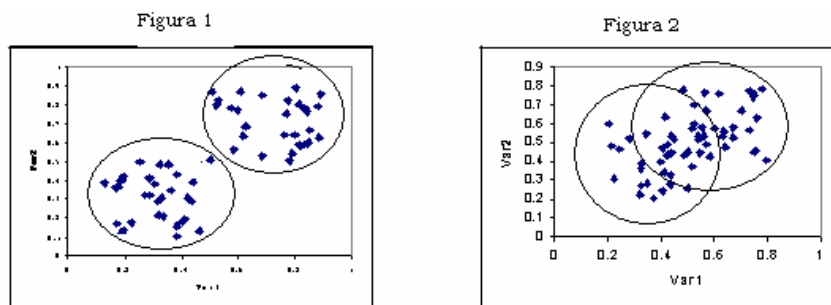
- **Probabilidad de clasificar mal:** probabilidad de asignar al grupo j una observación perteneciente al grupo i -ésimo seleccionada aleatoriamente:

$$pr(Y = j/\mathbf{x} \in G_i) = pr(j/\mathbf{x} \in G_i)$$

Las reglas de asignación o clasificación son generalmente desarrolladas a partir de muestras de estudio. Las características medidas de objetos seleccionados aleatoriamente, conocidas por provenir de cada una de las dos poblaciones, son examinadas para diferenciarlas.

Esencialmente, el conjunto de todas las salidas muestrales posibles es dividido en dos regiones, R_1 y R_2 , tal que si una nueva observación cae en R_1 , ésta es asignada a la población G_1 , y si cae en R_2 , la asignamos a la población G_2 .

Las reglas de clasificación proporcionan métodos de asignación que no están libres de error. Esto se debe a que puede no haber una clara distinción entre las características medidas de las poblaciones, es decir, los grupos pueden superponerse. Entonces, es posible clasificar objetos de la población G_2 como pertenecientes a G_1 u objetos de G_1 como pertenecientes a G_2 .



Figuras 1 y 2. Gráfico de dos variables medidas sobre una muestra de entrenamiento

En la Figura 1 se muestra un ejemplo de dos poblaciones totalmente separadas, mientras que en la Figura 2 se presenta un caso de dos poblaciones bastante superpuestas.

En este último caso, se pueden cometer uno de los dos tipos de errores:

- Asignar \mathbf{x} a G_2 cuando pertenece a G_1 , cuya probabilidad se denota $pr(2/\mathbf{x} \in G_1)$,
- asignar \mathbf{x} a G_1 cuando pertenece a G_2 , cuya probabilidad se denota $pr(1/\mathbf{x} \in G_2)$.

Un buen procedimiento de clasificación daría por resultado pocas malas clasificaciones. En otras palabras, las probabilidades de clasificar mal serían pequeñas.

Otro aspecto de la clasificación es el *costo*. Un procedimiento de clasificación óptimo debería, siempre que sea posible, considerar los costos asociados con a malas clasificaciones. Supongamos que clasificar objetos de G_1 como pertenecientes a G_2 representa un error más serio que clasificar objetos de G_2 como pertenecientes a G_1 . En estos casos, uno debería ser precavido al realizar la asignación. Por ejemplo, no diagnosticar una potencial enfermedad fatal es substancialmente más costoso que concluir que la enfermedad está presente cuando, en realidad, no lo está. Se puede especificar el costo de cometer cada uno de los errores antes mencionados y denotarlos como $C(2/\mathbf{x} \in G_1)$ y $C(1/\mathbf{x} \in G_2)$ respectivamente (Tabla 1).

		Grupo asignado	
		G_1	G_2
Grupo verdadero	G_1	0	$C(2/\mathbf{x} \in G_1)$
	G_2	$C(1/\mathbf{x} \in G_2)$	0

Tabla 1. Costo de cometer errores

El costo esperado de mala clasificación (ECM) es obtenido multiplicando los costos de los errores por sus probabilidades de ocurrencia, calculadas a partir de la probabilidad de cometer cada error, las que se ponderan por la probabilidad *a priori* de ocurrencia en cada uno de los grupos:

$$\begin{aligned} \text{ECM} &= C(2/\mathbf{x} \in G_1)p_1 p(2/\mathbf{x} \in G_1) + C(1/\mathbf{x} \in G_2)p_2 p(1/\mathbf{x} \in G_2) \\ &= C(2/\mathbf{x} \in G_1)p_1 \int_{R_2} f_1(\mathbf{x})dx + C(1/\mathbf{x} \in G_2)p_2 \int_{R_1} f_2(\mathbf{x})dx \end{aligned}$$

El menor valor de ECM se obtiene asignando a R_1 aquellos valores de X para los que se cumple la siguiente desigualdad (ver Anderson, 1984):

$$C(2/\mathbf{x} \in G_1)p_1 f_1(\mathbf{x}) > C(1/\mathbf{x} \in G_2)p_2 f_2(\mathbf{x})$$

De la última expresión se deriva que las regiones óptimas R_1 y R_2 son definidas por los valores de X que satisfacen las siguientes desigualdades:

$$\begin{aligned} R_1: \hat{y}=1 \quad \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} &\geq \frac{p_2 C(1/\mathbf{x} \in G_2)}{p_1 C(2/\mathbf{x} \in G_1)} & R_2: \hat{y}=2 \quad \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} &< \frac{p_2 C(1/\mathbf{x} \in G_2)}{p_1 C(2/\mathbf{x} \in G_1)} \end{aligned}$$

Debido a la naturaleza arbitraria del establecimiento de costos de mala clasificación, en la mayoría de las aplicaciones los mismos se consideran iguales y se define la probabilidad total de clasificar mal (TPM):

$$TPM = p_1 p(2/\mathbf{x} \in G_1) + p_2 p(1/\mathbf{x} \in G_2)$$

El menor valor de TPM se obtiene asignando a R_1 aquellos valores de X para los que se cumple que:

$$p_1 f_1(\mathbf{x}) \geq p_2 f_2(\mathbf{x})$$

$$R_1 : \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} \geq \frac{p_2}{p_1}$$

$$\hat{y} = 1$$

$$R_2 : \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} < \frac{p_2}{p_1}$$

$$\hat{y} = 2$$

3. ANÁLISIS DISCRIMINANTE LINEAL

Cuando se asume Normalidad Multivariada Homocedástica, se obtiene una combinación lineal de las variables que se conoce como Función Discriminante Lineal.

Si se supone que $\mathbf{X} : N_p(m_i, S)$ en $G_i (i=1,2)$ con $S_1 = S_2 = S$,

$$f_i(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} |S|^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}-m_i)' S^{-1}(\mathbf{x}-m_i)}$$

La regla de clasificación se obtiene comparando el cociente de verosimilitudes con el punto de corte. Si en caso que las probabilidades *a priori* sean iguales, la regla asignará la observación a G_1 si la distancia a su media es menor que la distancia a la de G_2 . Cuando las probabilidades son distintas, se asignará a G_1 si la distancia a G_2 es mayor que la distancia al primero más dos veces $\ln \frac{p_2}{p_1}$.

$$L(\mathbf{x}) = (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' S^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' S^{-1} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) \geq \ln \frac{p_2}{p_1}$$

en forma equivalente:

$$Z(\mathbf{x}) = \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' S^{-1} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) - (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' S^{-1} \mathbf{x} \geq 0$$

$$Z(\mathbf{x}) = b_0 + b_1 \mathbf{x}$$

donde $b_0 = \ln \frac{p_2}{p_1} + \frac{1}{2} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' S^{-1} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)$ y $b_1 = (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' S^{-1}$.

Luego de desarrollar una regla de clasificación, es posible evaluarla calculando su "tasa de error". Si se dispone de información relativa a los costos, se puede analizar el costo esperado de clasificar mal. Pero generalmente esta información no es fácil de obtener, por ello el criterio más empleado es evaluar la probabilidad de clasificar mal.

Si bien esto permite llegar a buenos resultados, existen muchas aplicaciones donde los datos no son normales y algunas o todas las variables son categóricas o cualitativas.

4. ANÁLISIS DISCRIMINANTE LOGÍSTICO

Es un procedimiento semiparamétrico que si bien no requiere asumir una forma específica funcional para $f_i(\mathbf{x})$ $i = 1, 2, \dots, g$, debe cumplir algunos supuestos para su correcta aplicación. Se utiliza en situaciones en las que las variables predictoras no están distribuidas normalmente, y algunas o todas las variables son discretas o categóricas.

Recordando la regla de asignación que surge de minimizar la probabilidad total de clasificar mal (TPM) para una clasificación binaria, una observación se asigna a G_1 si se cumple que:

$$p_1 f_1(\mathbf{x}) \geq p_2 f_2(\mathbf{x})$$

$$R_1 = \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} \geq \frac{p_2}{p_1} \qquad R_2 = \frac{f_1(\mathbf{x})}{f_2(\mathbf{x})} < \frac{p_2}{p_1}$$

Aplicando el modelo *logit* y suponiendo que las probabilidades a priori son las mismas:

$$P(y=1/x_i) = \frac{P(x_i/y=1)P(y=1)}{P(x_i)} = C \prod_{j=1}^p p_{1j}^{x_{ij}} (1-p_{1j})^{1-x_{ij}}$$

donde $c = P(y=1)P(y=1)/P(\mathbf{x}_i)$. La transformación logística será:

$$g_i = \log \frac{P(y=1/x_i)}{1-P(y=1/x_i)} = \sum x_{ij} \log \left(\frac{p_{1j}}{p_{2j}} \right) + \sum (1-x_{ij}) \log \left(\frac{1-p_{1j}}{1-p_{2j}} \right)$$

que es una función lineal en las variables que podemos escribir como:

$$g_i = b_0 + b_1' x_i$$

Los coeficientes de la función lineal definida anteriormente son iguales a:

$$b_0 = \sum \log \left(\frac{1-p_{1j}}{1-p_{2j}} \right)$$

$$b_1' = \sum \log \left(\frac{p_{1j}(1-p_{2j})}{p_{2j}(1-p_{1j})} \right)$$

Una ventaja adicional de este modelo es que cuando las variables son normales también verifican el modelo logístico.

4.1. Interpretación de coeficientes

Si bien los coeficientes en una regresión logística son b_0 y b_1' , lo que se interpreta es $\exp(b_0)$ y $\exp(b_1')$, conocidos como cocientes de "Odds ratios" y definidos como la probabilidad de que el evento ocurra.

La probabilidad de que el evento ocurra (*odds ratio*) se define como el cociente entre la probabilidad de que el evento ocurra $p(y=1/x) = p(x)$ y la probabilidad de que no ocurra $p(y=0/x)$:

$$\text{Odds ratio} = \frac{p(x)}{1-p(x)} = e^z$$

$$\ln \frac{p(x)}{1-p(x)} = Z$$

Los coeficientes estimados se interpretan como el cambio en el logaritmo del *odds* por un cambio unitario en la variable independiente asociada, permaneciendo las demás variables constantes.

El cociente de *odds* para una variable independiente x_h dicotómica es igual a:

$$\text{cociente de odds} \quad \Psi = \frac{\frac{\pi(x_h=1)}{1-\pi(x_h=1)}}{\frac{\pi(x_h=0)}{1-\pi(x_h=0)}} = e^{\beta_h} \quad \ln \Psi = \beta_h$$

El valor de Ψ indica cuánto aumenta (o disminuye) la probabilidad de que se presente el evento entre los individuos que pertenecen a la categoría $\mathbf{x}=1$, en relación con la de los que corresponden a la categoría de referencia ($\mathbf{x}=0$). La interpretación de los coeficientes varía según el tipo de variable independiente considerada:

✓ **Variables cuantitativas**

Indica cuánto se modifica el cociente de probabilidad cuando la variable x_h aumenta en una unidad.

✓ **Variables cualitativas**

Indica cuánto se modifican las probabilidades de que se presente el evento si cambia la categoría de la variable x_h en relación a la categoría de referencia.

5. APLICACIÓN

En la aplicación del Análisis discriminante logístico, se deberían seguir los siguientes pasos:

- 1) Definir el problema bajo estudio. Establecer la variable dependiente, la cual debe ser una variable categórica binaria y las variables independientes.
- 2) Dividir la muestra en dos submuestras: una para estimación de los coeficientes y otra para validación del modelo.
- 3) Estimar el modelo de regresión logística y determinar las variables independientes significativas para predicción.
- 4) Obtener los coeficientes de la función discriminante logística.
- 5) Clasificar los individuos de cada grupo de acuerdo con la función obtenida y evaluar la precisión de la clasificación en la muestra de estimación.
- 6) Evaluar la precisión de la clasificación en la muestra de validación.

5.1. Definición del problema y variables a utilizar

En este trabajo se realizará una aplicación del Análisis Discriminante Logístico en los bancos de la República Argentina.

Sobre el particular se puede decir que el sistema financiero de un país puede ser descrito como un conjunto de unidades denominadas

intermediarios financieros (bancos o entidades financieras), que realizan transacciones con cierto tipo de elementos denominados activos financieros, bajo las normas y el control de una autoridad - Banco Central o entidad similar-, que ejerce las funciones de supervisión y de autoridad de aplicación de las normas correspondientes. Los intermediarios financieros cumplen una doble función: por un lado, contribuyen a crear un mecanismo de pago para las transacciones económicas de una sociedad, en adición al constituido por la propia moneda; por el otro, actúan en la intermediación de activos financieros, efectuando un arbitraje de montos y plazos, y asumiendo el riesgo de que sus deudores resulten insolventes.

Las mencionadas entidades financieras deben presentar balances, cuentas de ganancias y pérdidas, y demás documentación referida a su estado económico financiero al Banco Central de la República Argentina. Este publica esta información en forma periódica y detallada para cada entidad. Las variables y los datos a utilizar serán obtenidos de estas publicaciones. Para el año 2006, se cuenta con información relativa a 66 entidades bancarias incluyendo bancos públicos y privados. Las variables disponibles para realizar el estudio son:

✓ **Variables numéricas:**

ACTIVO: total del activo de la entidad bancaria, medido en millones de pesos.

PRÉSTAMOS: volumen de préstamos efectuados por cada entidad, saldo del balance al 31 de diciembre, medido en millones de pesos.

INGRESOS POR SERVICIOS: mide en forma indirecta, por intermedio de los ingresos que genera, los otros servicios proporcionados por la entidad (distintos de los que generan depósitos y préstamos).

EGRESOS POR SERVICIOS: mide las erogaciones de la entidad financiera, pero vinculados a la prestación de otros servicios no financieros tales como cobro de impuestos, corresponsalías de valores, apertura de cuentas de depósitos, seguros, tarjetas de crédito, etc.

GASTOS ADMINISTRATIVOS: mide diferentes ítems relacionados a la administración del negocio (luz, agua, teléfono, impuestos sobre inmuebles propios y fundamentalmente sueldos del personal).

CAPITAL: total de capital, aportes y reservas, medido en millones de pesos. Este rubro junto con Resultados no Asignados forma el patrimonio neto de cada entidad.

PATRIMONIO NETO: total de patrimonio neto, medido en millones de pesos.

INGRESOS FINANCIEROS: monto de ingresos financieros (originados por los préstamos otorgados), medido en millones de pesos.

EGRESOS FINANCIEROS: monto de egresos financieros (originados por los depósitos recibidos), medido en millones de pesos.

CARGO POR INCOBRABILIDAD: comprende las pérdidas netas originadas en la imposibilidad real o potencial de recuperar créditos provenientes de la intermediación habitual entre la oferta y la demanda de recursos financieros.

✓ **Variables categóricas:**

EFICIENCIA DEA: eficiencia técnica relativa de cada unidad con respecto al conjunto de todas las unidades analizadas. Este índice es obtenido a través de la aplicación del método DEA (*Data Envelopment Analysis*). Asume el valor 1 cuando la entidad es eficiente y 2 cuando es ineficiente.

EMPLEADOS: dotación de personal de cada institución, medido en número de personas empleadas. Esta variable tiene cuatro categorías.

DEPÓSITOS: volumen de depósitos recibidos por cada entidad, saldo del balance al 31 de diciembre, medido en millones de pesos. Esta variable tiene tres categorías.

TAMAÑO: clasificación de las entidades bancarias en pequeñas, medianas y grandes de acuerdo con el patrimonio neto, y con el volumen de depósitos y préstamos. Esta variable tiene tres categorías.

ORIGEN DE CAPITAL: clasificación de las entidades según el origen de su capital, que puede ser público, privado nacional y privado extranjero. Esta variable tiene tres categorías.

Sería de interés obtener una regla de clasificación que permita determinar si una nueva entidad tiene más probabilidades de ser eficiente o ineficiente, y además conocer qué variables predicen mejor la eficiencia bancaria.

En cuanto a las variables a utilizar:

✓ **Variable respuesta:**

La variable respuesta debe ser una variable categórica binaria. En este caso, la variable respuesta será *eficiencia dea*.

✓ **Variabes independientes:**

Se estudiaron distintos modelos, incluyendo distintas combinaciones de variables numéricas y categóricas. Se calculó la correlación entre las variables numéricas, lo que permitió observar que todas las variables están altamente correlacionadas.

Para completar el análisis en busca del modelo más adecuado, se procesó en SPSS la regresión logística utilizando el método Backward: Wald, según el cual las variables predictoras, variables independientes que se deberían incluir en el estudio, son: Préstamos (numérica), Ingresos por Servicios (numérica), Depósitos y Origen de Capital (categóricas).

5.2. Submuestras de estimación y validación

La muestra disponible de 66 entidades bancarias ha sido dividida en dos submuestras de estimación y validación, cuidando de mantener en cada una de ellas la misma proporción de unidades eficientes e ineficientes. La submuestra de estimación posee 51 casos y la de validación, 15 (22,7% del total). Ver ANEXO 1, las filas sombreadas corresponden a la muestra de validación.

5.3. Estimación del modelo de regresión logística

Se procesó con el software SPSS v.10.0.1 el modelo de regresión logística con las variables que se indicaron en el apartado 5.1. Es importante destacar que en las variables categóricas Empleados, Depósitos y Tamaño se utilizó como categoría de referencia la última, mientras que en origen de Capital, la categoría de referencia fue la primera. Se obtuvieron los resultados que se muestran a en las tablas 2, 3 y 4.

Case Processing Summary

Unweighted Cases ^a		N	Percent
Selected Cases	Included in Analysis	51	77.3
	Missing Cases	0	.0
	Total	51	77.3
Unselected Cases		15	22.7
Total		66	100.0

Tabla 2. Casos procesados

a. If weight is in effect, see classification table for the total number of cases.

Observed			Predicted					
			Selected Cases ^a			Unselected Cases ^b		
			EFICIENC		Percentage Correct	EFICIENC		Percentage Correct
Eficiente	Ineficiente	Eficiente	Ineficiente					
Step 1	EFICIENC	Eficiente	35	1	97.2	9	1	90.0
		Ineficiente	4	11	73.3	3	2	40.0
Overall Percentage					90.2			73.3

a. Selected cases SELEC EQ 1

b. Unselected cases SELEC NE 1

c. Tie criterion is .500

Tabla 3. Clasificación

Variables in the Equation

	B	S.E.	Wald	df	Sig.	Exp(B)
Step 1						
PRÉSTAMO	.010	.005	4.655	1	.031	1.010
ING_SS	-.432	.189	5.208	1	.022	.649
OR_CAP			3.396	2	.183	
OR_CAP(1)	5.708	3.133	3.320	1	.068	301.187
OR_CAP(2)	5.176	2.948	3.083	1	.079	176.971
DEPOSITO			5.411	2	.067	
DEPOSITO(1)	-8.075	3.878	4.336	1	.037	.000
DEPOSITO(2)	.859	1.839	.218	1	.641	2.360
Constant	2.129	2.083	1.044	1	.307	8.404

a. Variable(s) entered on step 1: PRESTAMO, ING_SS, OR_CAP, DEPOSITO.

Tabla 4. Variables y resultados

5.4. Análisis de resultados y conclusiones

Si bien las tasas totales de clasificación correcta son altas tanto para la muestra de estimación como para la muestra de validación, en la de validación son algo inferior, ascendiendo a un 73,3%. En cuanto a la clasificación en cada grupo, se observa una baja tasa de clasificación correcta en el grupo ineficiente. El modelo diseñado tiende a clasificar las unidades como eficientes, lo que constituye una deficiencia del modelo formulado.

En lo que respecta a las variables de este modelo seleccionado, ellas resultan significativas al 0,05 o al 0,10. Analizando los cocientes de probabilidades (*odds ratios*) que se muestran en la columna $exp(b)$ podemos sacar algunas conclusiones:

✓ Préstamos (variable numérica): por cada peso que aumente esta variable, aumentará la probabilidad de que la unidad considerada sea ineficiente.

✓ Ingresos por Servicios (variable numérica): por cada peso que aumente esta variable, disminuirá la probabilidad de que la unidad considerada sea ineficiente.

✓ Depósitos (variable categórica): hay más probabilidad de ser ineficiente si pertenece a la categoría 2 que si pertenece a la categoría 3. Es decir, si el volumen de sus depósitos está entre 130 y 500 pesos.

✓ Origen de capital (variable categórica): la variable no es significativa, pero en el análisis de los *odds ratios* se puede ver que tiene más probabilidad de ser ineficiente un banco privado nacional que uno privado extranjero.

Según las variables que mejor predicen la ineficiencia bancaria, para el modelo diseñado serían Préstamos, Ingresos por Servicios y Depósitos.

BIBLIOGRAFÍA

Anderson, D.; Sweeney, D.; Williams, T. (1984). *Estadística para Administración y Economía*. Cengage Learning Editores, México D.F.

Banco Central de la República Argentina (2003). *Información de Entidades Financieras*- Diciembre 2002. Publicación oficial. Buenos Aires.

Díaz, M. (2005). "Notas de Cátedra" – *Magister en Estadística Aplicada*. Córdoba.

Fisher, R.A. (1936). "The use of multiple measurement in taxonomic problems". *Annales Eugenics* N° 7, pp. 179-188.

Hosmer, D.; Lemeshow, S. (1990). *Applied Logistic Regression*. John Wiley and Sons, New York.

Johnson, R.A.; Wichern, D.W. (1998). *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Fourth Edition. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey.

Peña, D. (2002). *Análisis de datos multivariantes*. McGraw – Hill, Madrid.

Peretto, C., Pérez Mackeprang, C. (2005-A). "Reducción del número de variables utilizando un método de Estadística Multivariada". *Revista de*

la Escuela de Perfeccionamiento en Investigación Operativa N° 25, pp. 93-112.

Peretto, C.; Alberto de Azcona, C. (2005-B). "Ordenación de unidades de acuerdo a su eficiencia: estudio comparativo de los métodos DEA y Análisis de Componentes Principales". *Anales 34° JAIIO* (Jornadas Argentinas de Informática e Investigación Operativa) – SIO 2005 (Simposio de Investigación Operativa). Rosario.

Peretto, C. ; Pérez Mackeprang, C. (2005-C). "Análisis Discriminante de Ratios: Evaluación de eficiencia y ordenación de los Bancos de la República Argentina". *Anales del XVIII Encuentro Nacional de Docentes de Investigación Operativa*, Córdoba.

ANEXO I

AÑO 2002	Efi- ciencia	Préstamo	Ing. Serv.	Depó- sito	Orig. Cap.
ABN AMOR Bank N.V.	1	311.50	55.20	2	4
Banca Nazionale del Lavoro S.A.	1	1611.90	145.70	3	2
Banco B.I. Creditanstalt S.A.	2	271.40	0.50	1	4
Banco Bansud S.A.	1	588.40	64.20	3	4
Banco CMF S.A.	2	184.60	3.30	1	4
Banco Comafi Sociedad Anónima	2	105.00	9.60	2	2
Banco Credicoop Coop. Limitado	1	1191.90	71.40	3	2
Banco de Corrientes S.A.	2	112.30	7.00	2	1
Banco de la Ciudad de Buenos Aires	1	3518.60	94.70	3	1
Banco de la Nación Argentina	1	13554.60	458.20	3	1
Banco de La Pampa	2	332.80	13.20	3	1
Banco de la Prov. de Buenos Aires	1	7668.90	428.60	3	1
Banco de la Provincia de Córdoba	1	1412.30	80.70	3	1
Banco de la Rep. Or. del Uruguay	1	4.10	0.80	1	2
Banco de Santa Cruz S.A.	2	122.40	14.20	2	2
Banco de Servicios Financieros S.A.	1	18.40	3.70	1	4
Banco de Valores S.A.	2	49.00	7.30	2	2
Banco del Chubut S.A.	2	164.00	8.40	2	1
Banco del Sol S.A.	1	7.60	0.40	1	2
Banco del Tucumán S.A.	2	68.70	10.70	2	2
Banco do Brasil S.A.	2	10.00	2.20	1	2
Banco Emp. de Tucumán Coop Ltda.	2	122.60	1.90	2	2
Banco Europeo para Am. Latina S.A.	1	113.70	9.70	1	2
Banco Finansur S.A.	1	24.10	1.30	1	2
Banco Itaú Buen Ayre S.A.	1	624.60	54.70	2	4
Banco Julio Sociedad Anónima	1	10.40	0.40	1	2
Banco Macro S.A.	1	278.00	73.70	3	4
Banco Municipal de La Plata	1	64.50	11.70	2	1

Banco Privado de Inversiones S.A.	1	33.80	8.10	1	2
Banco Provincia de Tierra del Fuego	1	53.80	6.50	2	1
Banco Provincia del Neuquén S.A.	1	199.30	47.40	2	1
Banco Regional de Cuyo S.A.	2	69.70	7.90	2	2
Banco Río de la Plata S.A.	1	6213.40	360.50	3	4
Banco Roela S.A.	1	25.30	2.20	1	2
Banco Saenz S.A.	2	57.50	7.20	1	2
Banco San Luis S.A.	2	135.90	22.80	2	2
Banco Société Générale S.A.	1	540.50	71.50	3	4
Bank of America	1	0.00	2.60	1	4
BankBoston	1	2674.10	241.40	3	4
BBVA Banco Francés S.A.	1	6874.70	325.00	3	4
Deutsche Bank S.A.	1	53.20	26.50	2	4
HSBC Bank Argentina S.A.	2	2674.90	68.90	3	4
LLOYDS TSB Bank PLC	1	261.00	50.10	3	4
MBA Banco de Inversiones S.A.	1	4.60	2.70	1	2
Nuevo Banco Bisel S. A.	1	105.30	30.50	3	4
Nuevo Banco de Entre Ríos S.A.	1	56.90	19.20	3	4
Nuevo Banco de La Rioja S.A.	1	10.00	11.00	1	2
Nuevo Banco de Santa Fe S.A.	1	666.80	73.60	3	2
Nuevo Banco del Chaco S.A.	1	92.00	17.30	2	1
Nuevo Banco Suqu�a S.A.	1	109.00	40.90	3	4
Providian Bank S.A.	1	6.20	9.60	1	2
Banco Bradesco Argentina S.A.	1	40.10	0.30	1	4
Banco de Formosa S.A.	1	17.50	12.00	1	2
Banco de Galicia y Buenos Aires S.A.	1	9186.90	340.20	3	2
Banco de San Juan S.A.	2	42.30	24.20	2	2
Banco de Santiago del Estero S.A.	1	100.10	15.20	2	2
Banco Hipotecario S.A.	1	2918.00	94.30	2	2
Banco Mariva S.A.	1	35.90	4.40	1	2
Banco Municipal de Rosario	1	29.40	13.20	1	1

Banco Patagonia S.A.	2	96.70	13.70	2	2
Banco Piano S.A.	2	56.70	4.40	2	2
Banco Sudameris Argentina S.A.	1	1211.90	127.60	3	4
BNP Paribas	2	176.70	26.90	2	4
CITIBANK N.A.	1	3586.30	297.60	3	4
ING BANK	1	141.30	10.70	1	4
<u>Nuevo Banco Industrial de Azul S.A.</u>	<u>2</u>	<u>52.90</u>	<u>5.60</u>	<u>1</u>	<u>2</u>

Las filas sombreadas corresponden a la submuestra de validación.

PREFERENCIAS DEL SEGMENTO JOVEN EN LA ELECCIÓN DE UN DESTINO TURÍSTICO

Luisa L. Lazzari, Patricia I. Mouliá, María José Fernandez, Jorge A. Chiodi,
Florenia Chelmicki, Matias Chiodi, Mariano Eriz
CIMBAGE – Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires
Av. Córdoba 2122 – 2° piso – C1120AAQ – Ciudad de Buenos Aires Argentina
luisalazzari@cimbage.com.ar, patriciaimoulia@cimbage.com.ar,
mariajosefernandez@cimbage.com.ar, jorge.chiodi@gmail.com,
florenciachelmicki@cimbage.com.ar, matiaschiodi@gmail.com,
erizmariano@cimbage.com.ar

Recibido 20 de octubre de 2008, aceptado 29 de diciembre de 2008

Resumen

El estudio del comportamiento del consumidor es una actividad compleja en la cual intervienen numerosas variables. La teoría de los conjuntos borrosos proporciona un valioso marco para la representación de las preferencias y de la incertidumbre presente en la toma de decisiones de los individuos.

El conjunto de consideración es la componente central de los modelos de selección de destinos turísticos, porque para que estos sean tomados en cuenta es esencial que formen parte del conjunto evocado del consumidor.

Es adecuado analizarlo como un *fuzzy set* dado que al formar el conjunto de consideración no todos los destinos seleccionados despiertan el mismo interés en ser visitados, debido a la variedad de atributos que inciden en su elección y a otros factores que en la mayoría de los casos son de naturaleza subjetiva.

El turismo joven es una tendencia creciente en el mundo. Según las conclusiones de la Conferencia Mundial de Viajes para Jóvenes y Estudiantes realizada en Madrid en octubre de 2004 la tasa anual de crecimiento del mercado de viajes para jóvenes en todo el mundo es del 5 %. En Argentina el turismo joven representa casi un 20 % del mercado turístico total.

En este trabajo se reportan los primeros resultados del PICT 383: "Turismo joven en Argentina: estudio del conjunto de consideración de los destinos elegidos", en el cual se analiza el comportamiento de los estudiantes universitarios en la elección de un destino turístico de Argentina a lo largo de tres años.

Palabras clave: destinos turísticos, conjunto de consideración, turismo joven, metodología borrosa.

PREFERENCES OF THE YOUNG SEGMENT IN THE CHOICE OF A TOURIST DESTINATION

Luisa L. Lazzari, Patricia I. Mouliá, María José Fernandez, Jorge A. Chiodi, Florencia Chelmicki, Matias Chiodi, Mariano Eriz
CIMBAGE – Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires
Av. Córdoba 2122 – 2° piso – C1120AAQ – Ciudad de Buenos Aires Argentina
luisalazzari@cimbage.com.ar, patriciaimoulia@cimbage.com.ar,
mariajosefernandez@cimbage.com.ar, jorge.chiodi@gmail.com,
florenciachelmicki@cimbage.com.ar, matiaschiodi@gmail.com,
erizmariano@cimbage.com.ar

Received 20 October 2008, accepted 29 December 2008

Abstract

The study of the consumer's behavior is a complex activity which involves several variables. The fuzzy sets theory provides a valuable framework to the representation of the preferences and the uncertainty existing in the individuals' decisions.

The consideration set is the central component of selection models of tourist destinations since to take them into account it is essential to be part of the consumers' evoked set.

It is appropriate to discuss it as a fuzzy set as when forming the consideration set not all the destinations chosen present the same interest in being visited due to the variety of attributes that influence the choice and other factors, that in most cases are subjective in nature.

Young tourism is a growing trend in the world. According to the *World Youth and Student Travel Conference* made in Madrid in October 2004 the annual growth rate of the travel market for young people worldwide is 5%. In Argentina the young tourism represents almost 20% of the total tourism market.

This paper reports the first results of PICT 383: "Young Tourism in Argentina: Study of Consideration Set of Chosen Destinations" in which we analyze the university students' behavior in the selection of an Argentinian tourist destination over three years.

Keywords: tourist destinations, consideration set, young tourism, fuzzy methodology.

1. INTRODUCCION

El estudio del comportamiento del consumidor es una actividad compleja en la cual intervienen numerosas variables. Para encararlo de una manera más adecuada es conveniente emplear modelos flexibles, que consideren la incertidumbre que lleva implícita su tratamiento, en particular aquellos que utilicen la teoría de los conjuntos borrosos (*fuzzy sets*). La misma proporciona un valioso marco para la representación de preferencias y de la incertidumbre presente en la toma de decisiones de los individuos. Este enfoque puede aplicarse al análisis del conjunto de consideración o conjunto evocado.

En particular al analizar el comportamiento del consumidor en la elección de un destino turístico (DT) surge el conjunto de todos los destinos turísticos que están a disposición del potencial viajero, de los cuales el consumidor individual sólo conoce algunos (conjunto de destinos conocidos).

Aquellos destinos que satisfacen los criterios iniciales del individuo forman el conjunto de consideración o conjunto evocado, cuyos elementos son los destinos turísticos con los cuales está familiarizado, que recuerda y fueron evaluados positivamente para visitar en próximas vacaciones. El consumidor toma la decisión final entre los destinos incluidos en este conjunto.

Los modelos que emplean conjuntos de elección han recibido mucha atención en la literatura sobre la toma de decisión en turismo, porque poseen un importante uso práctico por parte de las empresas de turismo. Les permiten identificar mercados potenciales y segmentar el mercado mediante el conjunto de consideración (Sirakaya y Woodside, 2004).

El trabajo de Woodside y Sherrell (1977) es el primer intento de conceptualizar para destinos turísticos el conjunto de consideración y el de destinos conocidos. En él surge por primera vez la dificultad de operacionalizar¹ el conjunto de destinos conocidos debido a la gran cantidad de elementos que puede contener.

Um y Crompton (1990) hacen una conceptualización de la elección de un destino turístico como un proceso de dos etapas. El primer paso es la obtención de un conjunto de consideración de destinos turísticos a partir de un conjunto de conciencia. En la segunda etapa se elige un

¹ *Operacionalizar* una variable consiste en avanzar desde conceptos teóricos a conceptos que tengan referentes empíricos inmediatos con la finalidad de acercarlos a la realidad experimental para poder operar, medir, intervenir o hacerlos ejecutables (Fassio *et al.*, 2004).

destino turístico del conjunto de consideración. El enfoque resulta novedoso porque el concepto de conjunto evocado se refiere a un proceso real de elección de un destino turístico, más que a una situación hipotética de elección.

El conjunto de consideración es la componente central de los modelos de selección de DT, porque para que un producto-servicio turístico pueda ser tomado en cuenta es esencial que forme parte del conjunto evocado del consumidor.

Crompton (1992) explica cómo se simplifica la decisión de forma tal que el turista sólo debe procesar una parte de la información sobre los DT que pertenecen al conjunto de consideración. El enfoque supone que los individuos buscan información y evalúan las alternativas que están disponibles para ellos. El autor también reorganiza la función de los conjuntos de elección y da un nuevo concepto del conjunto de destinos conocidos.

Es indudable que las empresas de turismo o los centros turísticos tienen que desarrollar estrategias para lograr que sus DT queden incluidos en el conjunto de destinos conocidos y de consideración (Kotler, 2001). También deben identificar los demás destinos y propuestas turísticas del conjunto de consideración para poder plantear alternativas competitivas.

Las tendencias futuras indican que el turista delinearé cada vez más sus propias normas de comportamiento, segmentando sus actividades y dando origen a tipologías cada vez más diferenciadas (de Borja Solé *et al.*, 2002). Se está pasando de un turismo industrializado a un turismo individualizado, caracterizado por un interés creciente en la tranquilidad, el contacto con la naturaleza, la cultura y la no masificación (García Henche, 2003).

Al formar el conjunto de consideración no todos los destinos seleccionados despiertan el mismo interés en ser visitados, debido a la variedad de atributos que se tienen en cuenta al elegirlos y a otros factores que en la mayoría de los casos son de naturaleza subjetiva (Lazzari, 2006). Por este motivo se puede afirmar que los DT considerados aceptables para pasar unas vacaciones pertenecen al conjunto evocado con diferente grado, por lo que es adecuado analizarlo como un *fuzzy set*.

En este trabajo se reportan los primeros resultados del PICT 383: "Turismo joven en Argentina: estudio del conjunto de consideración de los destinos elegidos", en el cual se analizará el comportamiento de los

estudiantes universitarios en la elección de un destino turístico de Argentina a lo largo de tres años.

Está estructurado del siguiente modo: en la sección 2 se fundamenta la importancia de estudiar las preferencias turísticas del segmento joven; en el apartado 3 se explica brevemente la metodología empleada para realizar el estudio de campo; en la cuarta parte se presenta la información obtenida en la primera instancia y un análisis de la misma. Finalmente se exponen algunos comentarios sobre los resultados y los pasos posteriores de la investigación.

2. TURISMO JOVEN

El turismo joven es una tendencia creciente en el mundo. Según las conclusiones de la Conferencia Mundial de Viajes para Jóvenes y Estudiantes realizada en Madrid en octubre de 2004, la tasa anual de crecimiento del mercado de viajes para jóvenes en todo el mundo es del 5 %. Este segmento se caracteriza por realizar viajes diferentes a los del mercado tradicional. Los jóvenes buscan vivir una cultura diferente, prefieren el uso de medios de transporte locales, les atrae la aventura, el alojamiento más económico, como los *hostels*, y no necesariamente visitan los atractivos turísticos masivos. Los jóvenes argentinos prefieren destinos turísticos de Argentina y Brasil².

En Argentina el turismo joven representa casi un 20 % del mercado turístico total. A partir del año 2002 se ha incrementado la cantidad de albergues juveniles y de agencias de viajes que están adecuando su oferta a los requerimientos de este segmento de turistas. El turismo joven es una herramienta de estrategia futura, porque los viajeros de este sector tienen estadías más largas y producen un efecto boca a boca muy importante entre sus familiares y conocidos³.

3. ASPECTOS METODOLÓGICOS

La existencia de variables cualitativas, inherentes al comportamiento humano, o de elementos del ambiente externo de difícil cuantificación objetiva, hace que los consumidores tengan dificultad en representar con un valor numérico exacto la valoración de los diferentes aspectos de los bienes o servicios que desean adquirir. Bajo tales circunstancias,

² Issac, G. "Los jóvenes vienen viajando". Diario Clarín/viajes, Buenos Aires, 31 de octubre de 2004.

³ Muscatelli, N. "Cuatro empresas se disputan el negocio del turismo joven". *Diario Clarín/Económico*, Buenos Aires, 21 de diciembre de 2004.

resulta pertinente expresar sus preferencias por medio de valores lingüísticos en lugar de valores numéricos exactos.

Esta forma de abordar un problema de toma de decisión se basa en la teoría de los conjuntos borrosos y recibe el nombre de enfoque lingüístico. Se aplica cuando las variables involucradas son de carácter cualitativo (Zadeh, 1975; Herrera y Herrera-Viedma, 2000; Lazzari, 2006). De ese modo es posible modelar gran cantidad de situaciones reales, dado que permite representar la información de los individuos, que casi siempre es poco precisa, de manera más apropiada.

Una variable lingüística se diferencia de una numérica en que sus valores no son números, sino palabras u oraciones del lenguaje natural, o de un lenguaje artificial (Zadeh, 1975).

En un modelo lingüístico de toma de decisión se asume la existencia de un conjunto adecuado de términos o etiquetas, de acuerdo con el dominio del problema, sobre la base del cual los individuos expresan sus preferencias.

El modelo empleado en este trabajo trata el conjunto de consideración como un subconjunto borroso del conjunto de conciencia, formado por todos los destinos turísticos conocidos.

El modelo de consideración utilizado asigna a cada marca o servicio el grado de pertenencia al conjunto evocado a través del interés agregado ponderado (Eriz *et al.*, 2005; Lazzari, 2006).

El Proyecto de investigación consta de cuatro etapas que corresponden a vacaciones de verano e invierno de 2009 y 2010. Cada etapa consta de tres instancias. En la primera instancia de la etapa uno se realizaron seis estudios de campo para analizar la conformación y las características del conjunto de consideración agregado *fuzzy* de destinos turísticos de jóvenes universitarios de diferentes regiones de la Argentina. Se obtuvo una muestra de 2520 individuos seleccionados entre los estudiantes de las siguientes universidades: Universidad de Buenos Aires (UBA); Universidad Nacional de Córdoba (UNC); Universidad Nacional de Cuyo (UNCUYO); Universidad Nacional de Misiones (UNaM); Universidad Nacional de Rosario (UNR) y Universidad Nacional de Tucumán (UNT) (Figura 1). Solo se consideraron las respuestas de aquellos alumnos que tienen entre 18 y 29 años.



Figura 1. Ubicación geográfica de las universidades relevadas

Los seis estudios corresponden a los meses de agosto y septiembre del año 2008. En las encuestas realizadas se recabó información acerca de los lugares turísticos que los jóvenes consideraban visitar en las próximas vacaciones de verano, el grado de interés que tenían en conocer cada sitio, los atributos que utilizaban para seleccionarlos y la importancia que le asignaban a cada uno.

Las características de la población estudiada pueden observarse en la Tabla 1. La información corresponde al año 2007 y se la utilizó para determinar tamaño y conformación de las muestras⁴.

Universidad	Cantidad de alumnos	Varones %	Mujeres %
UBA	358 071	39.5	60.5
UNC	105 162	38.1	61.9
UNCUYO	31 681	37.6	62.4
UNaM	18 436	38.9	61.1
UNR	72 121	38.9	61.1
UNT	59 653	40.2	59.8
TOTAL	645 124	39.16	60.84

Tabla 1. Población estudiada

Se utilizó una escala lingüística de cinco valores, de modo que cada estudiante expresó su interés en visitar un destino turístico o la importancia de un atributo determinado por medio de una etiqueta del conjunto L.

L = {muy alto/a (MA); alto/a (A); medio/a (M); bajo/a (B); muy bajo/a (MB)}

Las respuestas obtenidas permiten inferir que la hipótesis referida a la borrosidad del conjunto de consideración es válida, dado que los jóvenes consultados manifestaron que no todos los destinos turísticos considerados para pasar sus próximas vacaciones despertaban el mismo interés en ser visitados.

Crompton (1992), afirma que operacionalizar el concepto de conjunto de destinos conocidos o de conciencia en el contexto del turismo es un desafío, porque en contraste con lo que sucede con las marcas conocidas de una categoría de artículos de consumo, los destinos turísticos conocidos por un individuo para pasar unas vacaciones pueden ser cientos. Por ello propone como una operacionalización alternativa de este conjunto “los destinos que un viajero está considerando como posibles lugares vacacionales dentro de un período, por ejemplo de un año”.

⁴ La información de la población de la UBA corresponde al año 2006, dado que a la fecha no se encuentra disponible la del 2007 referida a la cantidad de varones y mujeres.

En este estudio se consideró como conjunto de conciencia agregado el constituido por todos los destinos que aparecieron mencionados en las encuestas por más de 5 jóvenes.

Se asignó cero como valor de la función de pertenencia al conjunto de consideración agregado *fuzzy*, a aquellos destinos turísticos que fueron elegidos por menos del 10% de la muestra.

4. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN OBTENIDA

Luego de realizar las encuestas se analizó y depuró la información disponible y se la procesó con un software especialmente diseñado.

Las características de los individuos que componen la muestra se encuentran en la Tabla 2. Se observa que la mayoría de los estudiantes, con excepción de los de Misiones, vive con sus padres. El 46.18% de los jóvenes de la Universidad de Buenos Aires trabaja, disminuyendo este porcentaje en las demás universidades estudiadas, llegando al más bajo en la UNR (7.46%).

Universidad	Trabajan %	Viven			
		Solo %	En pareja %	Con sus padres %	Con amigos %
UBA	46.18	18	6	70	6
UNC	23.15	25	4	53	18
UNCUYO	14.42	6	3	85	6
UNaM	12.29	41	6	40	13
UNR	7.46	24	4	53	19
UNT	17.00	21	2	73	4

Tabla 2. Características de la muestra

En la Tablas 3a y 3b figuran los destinos conocidos para cada Universidad. Se destaca la mención de destinos turísticos importantes de la Argentina como Bariloche, Cataratas, Mar del Plata, Mendoza, Salta, Jujuy y Córdoba, entre otros, así como una gran cantidad de pequeñas localidades que concentran turismo regional de corta distancia.

	UBA	UNC	UNCUYO	UNaM	UNR	UNT
1 Bariloche	x	x	x	x	x	x
2 Buenos Aires		x	x	x	x	x
3 Cafayate	x					x
4 Carcarañá (Sta. Fe)					x	
5 Cariló	x	x	x			x
6 Catamarca	x					
7 Cataratas	x	x	x	x	x	x
8 Chaco	x					
9 Chubut	x	x		x		x
10 Colón	x			x	x	
11 C. Rivadavia	x					
12 Córdoba	x	x	x	x	x	x
13 Corrientes	x	x		x		
14 El Bolsón	x	x	x		x	
15 El Calafate	x	x	x	x	x	x
16 El Mollar						x
17 Entre Ríos	x	x		x		x
18 Esquel	x	x				
19 Gualaguaychú	x	x		x		
20 Ituzaingó				x		
21 Jujuy	x	x	x	x	x	x
22 La Rioja	x	x				
23 Las Grutas	x	x	x		x	x
24 Las Leñas	x	x	x			
25 Mar de Ajó	x					
26 Mar de las Pampas	x	x		x	x	
27 Mar del Plata	x	x	x	x	x	x
28 Mar del Tuyú	x					
29 Mendoza	x	x	x	x	x	x
30 Merlo	x					
31 Mina Clavero	x	x	x		x	
32 Miramar	x	x	x	x		x
33 Misiones		x		x	x	
34 Monte Hermoso	x					

Tabla 3a. Destinos conocidos

	UBA	UNC	UNCUYO	UNaM	UNR	UNT
35 Necochea	x					
36 Neuquén	x	x	x	x		x
37 Puerto Madryn	x	x	x	x	x	x
38 Paso de la Patria				x		
39 Pinamar	x	x	x	x	x	x
40 Posadas	x					
41 Purmamarca	x					
42 Río Cuarto			x			
43 Río Negro	x	x	x	x		x
44 Rosario	x		x	x		x
45 Salta	x	x	x	x	x	x
46 Saltos del Moconá				x		
47 San Bernardo	x	x	x	x	x	x
48 San Clem. del Tuyú	x					
49 San Juan	x	x	x	x	x	
50 San Luis	x	x	x	x	x	
51 S. M. de los Andes	x	x	x	x	x	x
52 S. Pedro de Colalau						x
53 San Rafael	x		x			
54 Santa Cruz	x	x	x	x		x
55 Santa Fe	x		x	x		x
56 Santa Rosa (Cór)		x				
57 S. del Estero	x					
58 S. de la Ventana	x					
59 Tafi del Valle	x					x
60 Tandil	x					
61 Tilcara	x	x				x
62 Traslasierra		x				
63 Tucumán	x	x	x	x	x	
64 Ushuaia	x	x	x	x	x	x
65 Valle de la Luna	x	x		x		
66 Villa Carlos Paz	x	x	x	x		x
67 Villa Gesell	x	x	x	x	x	x
68 Villa Gral. Belgrano	x	x				

Tabla 3b. Destinos conocidos

4.1. Destinos considerados

Los destinos considerados fueron los siguientes: Bariloche, Cataratas del Iguazú, Córdoba, Mar del Plata, Pinamar, Salta, Mendoza, Carlos Paz, Ushuaia, Villa Gesell, Jujuy, San Bernardo, Ituzaingó El Calafate, Ciudad de Buenos Aires, Mina Clavero, Las Grutas, Puerto Madryn y San Martín de los Andes.

En la Figura 2 se muestran los porcentajes con los que fueron considerados sobre el total de la muestra. Se destacan Bariloche, Cataratas y Mar del Plata que fueron considerados por un 11% cada uno; Mendoza por un 10%; Córdoba por un 9% y Salta por un 8%.

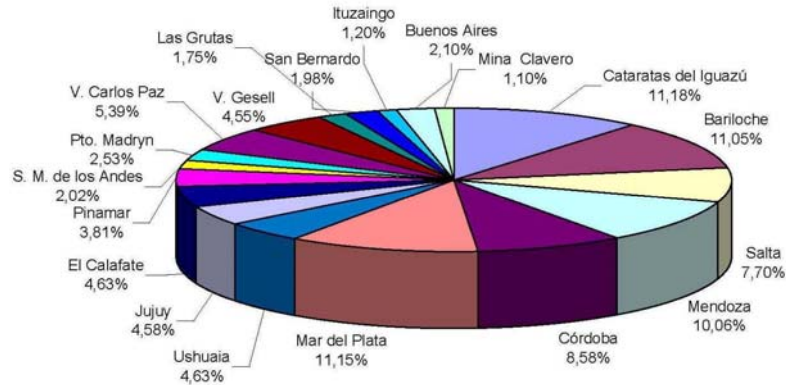


Figura 2. Destinos considerados

Los 19 destinos considerados pueden agruparse del siguiente modo:

- Costa atlántica: Pinamar, Mar del Plata, San Bernardo, Villa Gesell y Las Grutas, fueron considerados por un 23.24 % de los jóvenes encuestados.
- Noroeste: Salta y Jujuy, considerados por un 12.28 %.
- Patagonia y Tierra del Fuego: Bariloche, San Martín de los Andes, Puerto Madryn, El Calafate y Ushuaia; con una consideración del 24.87 % de los estudiantes.
- Centro: Córdoba, Carlos Paz y Mina Clavero, considerados por un 15.07 %.
- Cuyo: Mendoza, que fue considerada por un 10.06 % de los individuos consultados.

- Litoral: Cataratas del Iguazú e Ituzaingó, que fueron considerados por un 12.37 %.
- Ciudad de Buenos Aires, considerada por un 2.10 %.

4.2. Conjuntos de consideración *fuzzy* agregados

En las Tablas 4, 5, 6, 7, 8 y 9 se presentan los conjuntos de consideración *fuzzy* agregados de DT correspondientes a cada universidad. Los mismos fueron obtenidos aplicando una metodología adecuada (Lazzari, 2006) y empleando el software desarrollado.

DT	Cataratas	Bariloche	Salta	Mendoza	Córdoba	Ushuaia	El Calafate	Jujuy	Mar del Plata	S. M. Andes	P. Madryn	Pinamar
μ_{UBA}	0.71	0.66	0.66	0.59	0.51	0.41	0.40	0.39	0.36	0.23	0.22	0.21

Tabla 4. Conjunto de consideración *fuzzy* agregado de DT de la UBA

DT	Bariloche	Cataratas	Mendoza	V. Gesell	Mar del Plata	Salta	El Calafate	Pinamar	Las Grutas	Carlos Paz	Jujuy	Córdoba	Ushuaia	Mina Clavero
μ_{UNC}	0.73	0.69	0.60	0.53	0.44	0.53	0.44	0.34	0.30	0.28	0.45	0.23	0.27	0.23

Tabla 5. Conjunto de consideración *fuzzy* agregado de DT de la UNC

DT	Mar del Plata	Cataratas	Bariloche	Córdoba	Villa Gesell	Carlos Paz	Pinamar	S. Bernardo	Ushuaia	El Calafate	Buenos Aires	Salta	Mina Clavero
μ_{CUYO}	0.73	0.54	0.52	0.40	0.36	0.25	0.20	0.20	0.19	0.17	0.13	0.13	0.12

Tabla 6. Conjunto de consideración *fuzzy* agregado de DT de la UNCUYO

DT	Bariloche	Mar del Plata	Cataratas	Córdoba	Mendoza	Salta	Ituzaingó	Carlos Paz	El Calafate	Buenos Aires	Ushuaia
μ_{UNaM}	0.76	0.73	0.64	0.62	0.52	0.40	0.28	0.32	0.23	0.20	0.25

Tabla 7. Conjunto de consideración *fuzzy* agregado de DT de la UNaM

DT	V. Gesell	Mar del Plata	Bariloche	Carlos Paz	Pinamar	San Bernardo	Córdoba	Cataratas	Mendoza
μ_{UNR}	0.65	0.58	0.50	0.44	0.31	0.27	0.26	0.24	0.23

Tabla 8. Conjunto de consideración *fuzzy* agregado de DT de la UNR

DT	Mar del Plata	Carlos Paz	Cataratas	Bariloche	Córdoba	Mendoza	V. Gesell	Salta	Pinamar
μ_{UNT}	0.72	0.45	0.44	0.40	0.38	0.29	0.22	0.19	0.17

Tabla 9. Conjunto de consideración *fuzzy* agregado de DT de la UNT

Como puede observarse en las Tablas 4 a 9, el valor de la función de pertenencia para el destino favorito en cada Universidad es similar y mayor que 0.70, excepto para UNR que es 0.65.

Bariloche, Mar del Plata, Cataratas del Iguazú y Córdoba fueron considerados por jóvenes de las seis universidades, mientras que fueron tenidos en cuenta por alumnos de cinco de las seis universidades seleccionadas Mendoza, Salta, Pinamar y Carlos Paz. Por cuatro Villa Gesell y El Calafate, por dos Jujuy, San Bernardo, Ushuaia, Buenos Aires, Mina Clavero y Puerto Madryn y por jóvenes de una sola región San Martín de los Andes, Las Grutas e Ituzaingó.

El grado de interés agregado de todos los DT considerados fue *alto*, con excepción de Mar del Plata, que fue elegida con grado de interés *medio* por los jóvenes de las Universidades de Buenos Aires y Rosario; y las ciudades de Salta y Buenos Aires que obtuvieron grado de interés *medio* entre los jóvenes de la Universidad Nacional de Cuyo.

En la Tabla 10 puede observarse que el cardinal de los conjuntos de destinos conocidos no es mayor que 42 ni menor que 27 y que los conjuntos de consideración *fuzzy* agregados obtenidos tienen entre 9 y 14 elementos.

De acuerdo con los valores de los respectivos índices de borrosidad, se puede afirmar que la borrosidad de los conjuntos borrosos agregados es moderada, correspondiendo el mayor valor a Cuyo y el menor a Tucumán. Evidencia empírica disponible de estudios similares muestra que la borrosidad de los conjuntos de consideración *fuzzy* agregados es moderada en la primera instancia de su evaluación y disminuye su valor a medida que se acerca el momento de tomar la decisión sobre las vacaciones.

La representación triangular del cardinal de los conjuntos de consideración indican (Tabla 10, fila 2) que los jóvenes consideran entre uno y seis DT posibles para visitar en sus vacaciones de verano, y el valor más frecuente es tres para los estudiantes de UBA, UNCUIYO, UNR y UNT; y cuatro para los de UNC y UNaM.

	UBA	UNC	CUYO	UNaM	UNR	UNT
Cardinal conjunto de DTs conocidos agregado.	39	42	34	37	27	31
Representación triangular del cardinal del soporte.	(1, 3, 6)	(1, 4, 6)	(1,3,6)	(1, 4, 6)	(1,3,6)	(1,3,6)
Cardinal soporte conjunto de consideración <i>fuzzy</i> agregado.	12	14	13	11	9	9
Índice de borrosidad lineal conjunto de consideración <i>fuzzy</i> agregado.	0.68	0.64	0.70	0.65	0.67	0.63

Tabla 10. Características de los conjuntos obtenidos

4.3. Los destinos como conjuntos *fuzzy*

Otro modo de organizar la información consiste en tomar como conjunto referencial el formado por las seis Universidades Nacionales $U = \{UBA, UNC, UNCUYO, UNaM, UNR, UNT\}$.

En este universal se define un conjunto borroso para cada DT, que indica el grado de consideración agregado de los estudiantes de cada universidad para ese destino.

En la Tabla 11 se observa el valor de la función de pertenencia de cada conjunto borroso correspondientes a los DT considerados para cada elemento del referencial U .

Destino turístico	UBA	UNC	UNCUYO	UNaM	UNR	UNT
Bariloche	.66	.73	.52	.76	.50	.40
Cataratas	.71	.69	.54	.64	.24	.44
Córdoba	.51	.23	.40	.62	.26	.38
Mar del Plata	.36	.44	.73	.73	.58	.72
Pinamar	.21	.34	.20	0	.31	.17
Salta	.66	.53	.13	.40	0	.19
Mendoza	.59	.60	0	.52	.23	.29
Carlos Paz	0	.28	.25	.32	.44	.45
Ushuaia	.41	.27	.19	.25	0	0
Villa Gesell	0	.53	.36	0	.65	.22
Jujuy	.39	.45	0	0	0	0
San Bernardo	0	0	.20	0	.27	0
Ituzaingó	0	0	0	.28	0	0
El Calafate	.40	.44	.17	.23	0	0
Buenos Aires	0	0	.13	.20	0	0
Mina Clavero	0	.23	.12	0	0	0
Las Grutas	0	.30	0	0	0	0
Puerto Madryn	.22	0	0	0	0	0
S.M. de los Andes	.23	0	0	0	0	0

Tabla 11. Grado de consideración de cada DT por Universidad

El valor del cardinal relativo⁵ de estos conjuntos borrosos (ver Tabla 12) puede ser tomado como un indicador del grado de consideración global del DT correspondiente.

⁵ Si U es un conjunto finito, se define el *cardinal relativo del subconjunto borroso* \tilde{A} de

$$U \text{ como } \|\tilde{A}\| = \frac{\sum_{x \in U} \mu_{\tilde{A}}(x)}{|U|}, \text{ donde } |U| \text{ es el cardinal de } U.$$

De acuerdo con los resultados obtenidos, en este informe se tratan como *principales destinos considerados* a las ciudades de Bariloche, Mar del Plata, Cataratas del Iguazú, Córdoba, Mendoza y Salta.

Destino turístico	Cardinal relativo
Bariloche	0.595
Mar del Plata	0.593
Cataratas	0.543
Córdoba	0.400
Mendoza	0.371
Salta	0.318
Villa Gesell	0.293
Carlos Paz	0.290
El Calafate	0.206
Pinamar	0.205
Ushuaia	0.186
Jujuy	0.140
San Bernardo	0.078
Mina Clavero	0.058
Buenos Aires	0.055
Las Grutas	0.050
Ituzaingó	0.046
S.M. de los Andes	0.038
Puerto Madryn	0.036

Tabla 12. Cardinales relativos

4.4. Principales destinos considerados

Entre los destinos más elegidos se destacan Bariloche, Cataratas del Iguazú, Córdoba, y Mar del Plata (Tablas 4 a 9), considerados por los estudiantes de todas las regiones, como así también Mendoza que fue tenido en cuenta por los jóvenes de todas las regiones, con excepción de los que estudian en esa ciudad y Salta que fue mencionada por estudiantes de cinco universidades.

En la Figura 3 puede observarse que del total de jóvenes que consideraron Bariloche el 14.75% es de Buenos Aires, el 14.92% es de Córdoba, el 20,56% de Mendoza, el 22.74% de Misiones, el 13.67% de Rosario y el 13.36% de Tucumán. La Figura 4 muestra el mapa de desplazamientos hacia Bariloche.

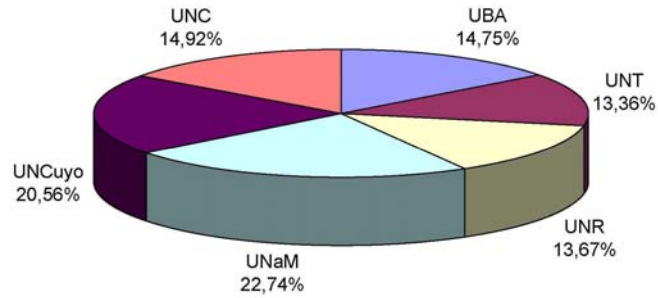


Figura 3. Porcentaje de jóvenes que consideraron Bariloche, por Universidad



Figura 4. Mapa de desplazamientos hacia Bariloche

Entre los que consideraron ir a Cataratas, 17.64% son de Buenos Aires, 15.24% de Córdoba, 21.39 % de Mendoza, 23.23 % de Misiones, 6.89 % de Rosario y 15.61 % de Tucumán (Figura 5). En la Figura 6 se muestra el mapa de desplazamientos hacia Cataratas del Iguazú.

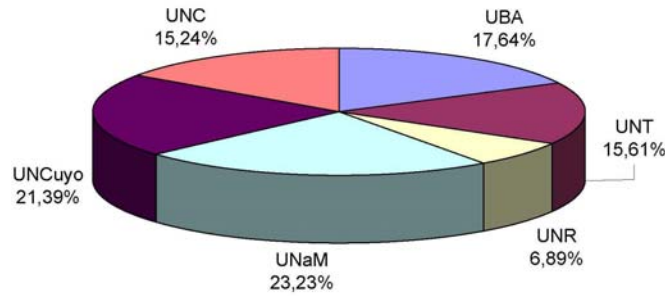


Figura 5. Porcentaje de jóvenes que consideraron Cataratas del Iguazú, por Universidad



Figura 6. Mapa de desplazamientos hacia Cataratas del Iguazú

En la Figura 7 se muestra que del total de individuos que consideraron Córdoba, el 16.84 % es de Buenos Aires, el 6.93 % es de Córdoba, el 20.63 % de Mendoza, el 26.30 % de Misiones, el 10.76 % de Rosario y el 18.54 % de Tucumán. El mapa de desplazamientos hacia Córdoba se visualiza en la Figura 8.

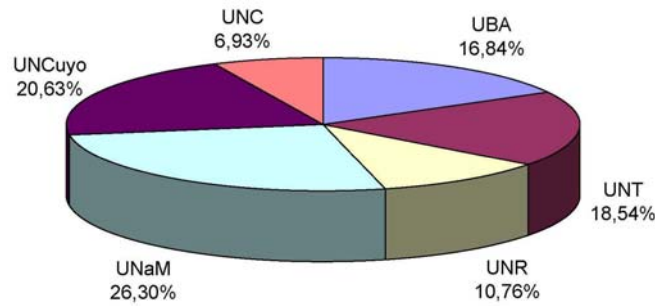


Figura 7. Porcentaje de jóvenes que consideraron Córdoba, por Universidad



Figura 8. Mapa de desplazamientos hacia Córdoba

De los que consideraron ir de vacaciones a Mar del Plata, el 8.54 % es de Buenos Aires, el 9.36 % es de Córdoba, el 24.39 % de Mendoza, el 19.33 % de Misiones, el 16.82 % de Rosario y el 21.55 % de Tucumán (Figura 9). El mapa de desplazamientos hacia esa ciudad se presenta en la Figura 10.

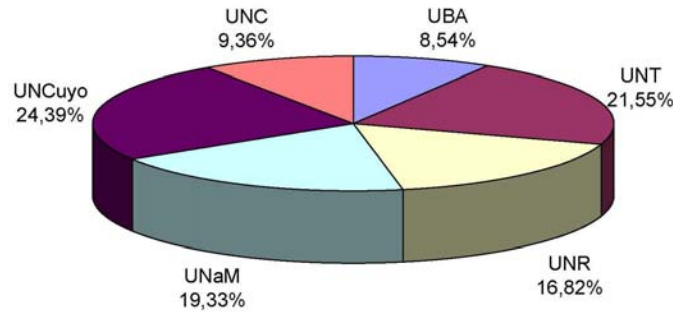


Figura 9. Porcentaje de jóvenes que consideraron Mar del Plata, por Universidad



Figura 10. Mapa de desplazamientos hacia Mar del Plata

Como puede verse en la Figura 11, entre los que consideraron ir a Mendoza, 22.11 % es de Buenos Aires, 21.80 % es de Córdoba, 27.90 % de Misiones, 10.70 % de Rosario y 17.49 % de Tucumán. En la Figura 12 se presenta el mapa de desplazamientos hacia Mendoza.

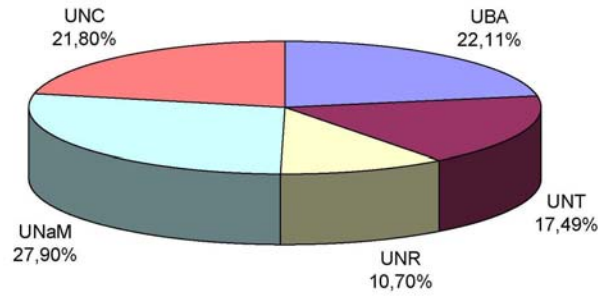


Figura 11 Porcentaje de jóvenes que consideraron Mendoza, por Universidad



Figura 12. Mapa de desplazamientos hacia Mendoza

Por último, entre los que consideraron ir a Salta, 25.90 % es de Buenos Aires, el 19.66 % es de Córdoba, el 24.02 % de Misiones, el 6.77 % de Rosario, el 10.72 % de Mendoza y el 12.93 % de Tucumán (Figura 13). Puede observarse el mapa de desplazamientos en la Figura 14.

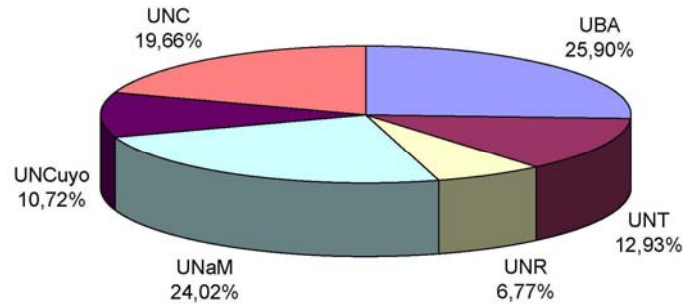


Figura 13 Porcentaje de jóvenes que consideraron Salta, por Universidad



Figura 14. Mapa de desplazamientos hacia Salta

4.5. Atributos tenidos en cuenta para la consideración de un DT

Como ya se mencionó en el apartado 3., en las encuestas realizadas se preguntó por los atributos tenidos en cuenta al considerar un DT para pasar las vacaciones de verano.

En las respuestas obtenidas en las seis universidades figuran los siguientes atributos: *actividades culturales*, *aventura*, *clima*, *distancia*,

factor humano, geografía del lugar, infraestructura, medios de transporte, precio, seguridad, tranquilidad y vida nocturna. Mientras que *actividades deportivas* solo fue mencionado por estudiantes de la UNR (con importancia *muy alta*) y *gastronomía* por los de UBA y UNC, con importancia *alta* y *muy alta*, respectivamente.

De acuerdo con los resultados que figuran en la Tabla 13 puede considerarse que los atributos más significativos para todos los estudiantes son *geografía del lugar, diversión, aventura* y *clima*, con importancia *alta* o *muy alta*. Les siguen *factor humano* y *vida nocturna* que fueron evaluados con importancia *alta* (por los alumnos de cuatro universidades) y *media* (por los de dos).

El *precio* y la *infraestructura* tienen importancia *media* para todos los jóvenes, excepto los de Misiones y Tucumán que respectivamente le asignaron *alta*.

Solo los jóvenes de una universidad le asignaron importancia *baja* a las *actividades culturales* y a la *distancia*, mientras que los demás la consideraron de importancia *media*. Los atributos evaluados con menor grado de importancia son *seguridad* y *medios de transporte*.

Cabe destacar que en estudios anteriores se comprobó que la importancia de los atributos varía a medida que se acerca el momento de la toma de decisión sobre las vacaciones, en particular la asignada al *precio*.

Atributo/Universidad	UBA	UNC	CUYO	UNaM	UNR	UNT
Actividades culturales	M	M	M	M	B	M
Actividades deportivas	-	-	-	-	MA	-
Aventura	A	A	A	A	A	A
Clima	A	A	A	A	A	A
Distancia	B	M	M	M	M	M
Diversión	A	A	MA	A	A	MA
Factor humano	A	A	A	M	M	A
Gastronomía	A	MA	-	-	-	-
Geografía del lugar	A	MA	A	A	A	A
Infraestructura	M	M	M	M	M	A
Medios de transporte	M	M	M	M	M	M
Precio	M	M	M	A	M	M
Seguridad	M	M	M	M	M	M
Tranquilidad	A	A	M	M	M	M
Vida nocturna	M	A	A	M	A	A

Tabla 13. Atributos y grado de importancia por Universidad

5. COMENTARIOS FINALES

En este trabajo se han reportado los resultados de la primera instancia de la primera etapa de la investigación. En la misma se ha obtenido información en la región considerada (Figura 1) sobre el comportamiento de los jóvenes universitarios en la elección de un destino turístico de Argentina.

A través de la metodología borrosa empleada se logró captar la incertidumbre que lleva implícita la elección de un destino turístico.

Se determinaron y analizaron los conjuntos agregados de conciencia y de consideración de destinos turísticos de Argentina para el segmento joven en vacaciones de verano.

Los destinos considerados son tradicionales y reconocidos. Además se observa que están distribuidos a lo largo de todo el país y presentan variedad de paisajes y atractivos, tales como mar, montaña, lagos, sierras, glaciares, ríos, cascadas y centros poblacionales con alta actividad cultural.

Bariloche, Mar del Plata, Cataratas del Iguazú y Córdoba, presentan mayor grado de consideración y han sido elegidos por todos los jóvenes consultados.

Es notable la alta consideración que obtuvo Cataratas del Iguazú, teniendo en cuenta que por sus características climáticas no suele ser un destino elegido para vacaciones de verano.

En la segunda instancia de esta primera etapa de la investigación se repetirá el estudio para analizar la variación de los conjuntos obtenidos y su borrosidad, y en una tercera instancia que se llevará a cabo en marzo de 2009 se indagará sobre los destinos turísticos efectivamente visitados, para poder testear la predicción del modelo.

BIBLIOGRAFÍA

Crompton, J.L. (1992). "Structure of vacation destination sets". *Annals of Tourism Research*, vol. 19, pp.420-434.

de Borja Solé, L.; Casanovas Pla, J.A.; Bosch Camprubí, R. (2002). *El consumidor turístico*. ESIC editorial, Madrid.

Eriz, M.; Fernández, M.J.; Lazzari, L.L. (2005). "El conjunto de consideración en los destinos turísticos como un conjunto borroso". *Cuadernos del CIMBAGE N° 7*, pp.79-101.

Fassio, A.; Pascual, A.; Suárez, F.M. (2004). *Introducción a la metodología de la investigación, aplicada al saber administrativo y al análisis organizacional*. Ediciones Macchi, Buenos Aires.

García Henche, B. (2003). *Marketing del turismo rural*. Pirámide, Madrid.

Herrera, F.; Herrera-Viedma, E. (2000). "Linguistic decision analysis: steps for solving decision problems under linguistic information". *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 115, pp.67-82.

Issac, G. "Los jóvenes vienen viajando". *Diario Clarín/viajes*, Buenos Aires, 31 de octubre de 2004.

Kotler, P. (2001). *Dirección de marketing*. Pearson Educación, México.

Lazzari, L. (2006). *El comportamiento del consumidor desde una perspectiva fuzzy*. Tesis Doctoral. Universidad de Valladolid, Valladolid.

Muscatelli, N. (2004) "Cuatro empresas se disputan el negocio del turismo joven". *Diario Clarín/Económico*, Buenos Aires, 21 de diciembre.

Sirakaya, E.; Woodside, A.G. (2005). "Building and testing theories of decision making by travellers". *Tourism Management*, vol. 26, pp.815-832.

Woodside, A.G.; Sherrell, D. (1977). "Traveler evoked, inept and inert sets of vacation destinations". *Journal of Travel Research*, vol. 16, pp.14-18.

Um, S.; Crompton, J.L. (1990). "Attitude determinants in tourism destination choice". *Annals of Tourism Research*, vol. 17, pp.432-448.

Zadeh, L. A. (1975). "The concept of a linguistic variable and its applications to approximate reasoning". Part I, *Information Sciences*, vol. 8, pp.199-249. Part II, *Information Sciences*, vol. 8, pp.301-357. Part III, *Information Sciences*, vol. 9, pp.43-80.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado en el marco del PICT 2006-383 de la Agencia Nacional de Promoción Científica y Tecnológica y del UBACyT E018 de la Universidad de Buenos Aires.

Los autores agradecen la colaboración de las autoridades, docentes y alumnos de las diferentes Facultades de las seis Universidades Nacionales que participan de este estudio.

LA COMPETITIVIDAD DE LAS PYMES MORELIANAS

Beatriz Flores Romero, Federico González Santoyo
UMSNH – FCCA, CIDEM
Rincón de Barranquillas 555
Fracc. Arboledas - 58060 – Morelia – Michoacán - México
bflores@jupiter.umich.mx, fsantoyo@zeus.umich.mx

Recibido 20 de noviembre de 2008, aceptado 10 de marzo de 2009

Resumen

En las últimas décadas, se ha presentado una gran variedad de trabajos orientados al estudio de la competitividad, los cuales requieren ser abordados desde muy diversas perspectivas: el análisis financiero, el de mercado y el sistémico. Se han hecho estudios micro y macroeconómicos.

El análisis de la competitividad de las PyMES es complejo y constituye un reto para proponer nuevas metodologías fáciles de implementar que permitan su adecuado estudio y que garanticen buenas soluciones.

En el presente artículo, se realiza un trabajo empírico que permite conocer el estado de las PyMES de Morelia (México) que aportará nuevos conocimientos para su potenciación y desarrollo, en el corto, mediano y largo plazo.

Palabras clave: competitividad empresarial, desarrollo PyMES.

COMPETITIVENESS OF SMEs IN MORELIA

Beatriz Flores Romero, Federico González Santoyo
UMSNH – FCCA, CIDEM
Rincón de Barranquillas 555
Fracc. Arboledas - 58060 – Morelia – Michoacán - México
bflores@jupiter.umich.mx, fsantoyo@zeus.umich.mx

Received 20 November 2008, accepted 10 March 2009

Abstract

In the last decades, there has been a number of works oriented to the study of competitiveness, which need to be analyzed from different points of view, a financial analysis, a marketing or systemic perspective. Applications from a micro/macroeconomical approach have been developed.

Competitiveness analysis is complex when dealing with SMEs, and this represents a challenge to establish and propose new methodologies with an easy implementation that allow its proper study and guarantee good solutions.

In this paper an empirical study is presented, which enables us to know the status of SMEs in Morelia, México. It provides new knowledge for their empowerment and development in the short, medium and long term.

Keywords: Competitiveness, development of SMEs.

1. INTRODUCCIÓN

Las empresas en la actualidad están inmersas en un mercado global, altamente competitivo, al que concurren las mejores del mundo, sin importar en qué parte se encuentren físicamente, compitiendo entre ellas, haciendo uso de variables como calidad, precio, servicio, tecnología y diferenciación del producto, entre otras. Las empresas que se distinguen por tener ventaja competitiva, además de ser capaces de mantenerla eficiente y eficazmente con el transcurso el tiempo, son las denominadas empresas de orden mundial. Son las líderes en el mercado y las que presentan innovaciones y ventajas competitivas respecto a las restantes. Por tanto, estas son las que tienen el más alto nivel de competitividad y control de los mercados y las que verdaderamente hacen negocio y generan riqueza.

Este artículo ha sido desarrollado para contribuir con la obtención de información y con la generación de conocimiento de las PyMES de Morelia, Michoacán, México, en virtud de que las mismas han sido poco estudiadas.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Definición

La competitividad se ha estudiado desde muchos enfoques. A nivel nacional se ha relacionado con variables como el tipo de cambio de moneda y de interés, y el déficit presupuestario.

Otro criterio consiste en la asociación de la competitividad con la disponibilidad de mano de obra barata y abundante. El concepto ha estado vinculado a la dotación de recursos naturales.

Un tercer concepto es el expresado por Ramos (2001), “la competitividad de una nación depende de la capacidad de sus industrias para innovar y mejorar”. Las empresas logran ventaja frente a los mejores competidores del mundo a causa de la presión y del reto. Se benefician al tener fuertes competidores nacionales, proveedores agresivos radicados en el país y clientes nacionales exigentes.

El Grupo Asesor de Competitividad¹, en su informe de 1997, señala que la competitividad de una nación o región está reflejada por su capacidad para desarrollar factores que son clave para el crecimiento económico a largo plazo, como la productividad, la eficiencia, la especialización o la rentabilidad.

Otro enfoque similar adoptado por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE, 1997), define la competitividad como capacidad de la empresa, industria, región o nación para generar ingresos y niveles de empleo altos de una manera sostenible, estando expuesta a la competencia internacional.

El informe WEF de competitividad global es parte de una serie de informes de competitividad que publica el *World Economic Forum* desde 1979. A través de este modelo y en colaboración con la Universidad de Harvard, se ha definido la competitividad de un amplio número de naciones, basado en la productividad, medida por el producto interno bruto (PIB) *per cápita*.

Actualmente, hay una estrecha relación estructural y funcional entre innovación y competitividad, de forma tal que la innovación forma parte de los factores explicativos fundamentales de la competitividad.

En la actualidad las PyMES se encuentran interactuando en un mercado abierto, lo cual implica cambios en los subsistemas productivos, tecnológicos y financieros. Las empresas que no respondan en tiempo y forma a estos cambios no subsistirán en su entorno. En este nuevo escenario globalizado el éxito empresarial descansa en la capacidad organizativa de anticiparse y reaccionar a las exigencias de los mercados. Un factor clave de éxito es la flexibilidad, la cual refleja la capacidad del empresario de adaptarse de manera rápida a los cambios que demanda el mercado. Una forma de responder a los cambios del mercado es adoptar un modelo, de acuerdo con las características de su organización, para poder aprovechar las ventajas que el mismo ofrece.

¹ Creado en 1995 como un ente independiente para producir informes de la Unión Europea y asesorar sobre guías de actuación para el crecimiento económico.

2.2. PyMES

Se tienen cifras del 99,7% de las micro, pequeñas y medianas empresas, de acuerdo con el IMCO² (2007), mientras que en Michoacán la composición empresarial es del 98.6% para MiPyMES (fuente COECYT³ 2007).

Una clasificación empresarial de acuerdo con el tamaño se muestra en la Tabla 1.

Tamaño	Industria	Comercio	Servicios
Micro	0-30	0-5	0-20
Pequeña	31-100	6-20	21-50
Mediana	101-500	21-100	51-100
Grande	501-adelante	101-adelante	101-adelante

Tabla 1. Estratificación de empresas por tamaño (N° trabajadores)
Fuente: Diario Oficial de la Federación, 30/03/99

Tamaño	N° Establecimientos	Participación %
Micro	2,722,365	95.7
Pequeña	88,112	3.1
Mediana	25,320	0.9
Grande	8,474	0.3
Total	2,844,308	100.0

Tabla 2. Composición del sector empresarial en México
Fuente: INEGI⁴, censo 1999

Entre dichas empresas PyMES predominan las que tienen procesos intermitentes, tecnologías no competitivas y están descapitalizadas,

² Instituto Mexicano para la Competitividad.

³ Consejo Estatal de Ciencia y Tecnología.

⁴ Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática.

entre otros atributos relevantes. En este sentido, dado el comportamiento de estas variables, no es posible que las mismas puedan participar de forma consistente en los mercados globales, por falta de calidad en sus productos y/o servicios, lo que las hace poco competitivas.

Esto no es restrictivo para el Estado de Michoacán, ya que el comportamiento de sus PyMES es el mismo que prevalece a nivel nacional. Por estas razones y por la poca información de estudios especializados que existen al respecto para nuestro estado, es importante el estudio de la competitividad en las PyMES para contribuir con el aporte de nuevos elementos, que permitan posicionar nuestras empresas como de orden mundial.

3. METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

3.1. Universo de estudio

Se decidió estudiar el sector industrial de las PyMES de la región de Morelia, Michoacán, y dentro del mismo, se eligió como unidad de análisis la planta, y es por lo tanto allí donde se aplicarán los instrumentos de medición para analizar los resultados.

De acuerdo con el INEGI en el censo del 2004, para el Estado de Michoacán, la distribución de PyMES del sector Industrial estaba dada como figura en la Tabla 3.

Tamaño	N° empresas	N° personal	% empresas	% personal
Micro	41497	98622	97%	59%
Pequeña	1026	20584	2%	12%
Mediana	221	28544	1%	17%
Grande	15	20062	0%	12%

Tabla 3. Distribución de PyMES y personal ocupado en Michoacán.
Fuente: Censo INEGI 2004

Las empresas encuestadas para esta investigación están ubicadas en la ciudad de Morelia, Michoacán, y son 49, de las cuales sólo 39 proporcionaron información.

Cabe mencionar que se consideró como universo el total de empresas clasificadas como PyMES industriales, dentro del patrón de Directorio Empresarial Michoacán 2007 (COECYT), para lo cual se consultaron las siguientes bases de datos:

- Instituto Nacional de Geografía Estadística e Informática. Censo 2004.
- Cámara Nacional de la Industria de la Transformación.
- Directorio Empresarial Michoacán 2007 (COECYT).

3.2. Tamaño de la muestra

A partir de la elección de la base de datos del Directorio Empresarial Michoacán 2007, se definió el tamaño de la muestra a considerar para cada sector de la industria, basado en la ecuación de cálculo de tamaño de muestra al estimar la proporción de una población finita de acuerdo con (1):

$$n = \frac{P(1-P)}{\frac{E^2}{Z^2} + \frac{P(1-P)}{N}} \quad (1)$$

donde:

n = Número de elementos de la muestra.

Z = Número de unidades de desviación estándar en la distribución normal, que producirá el grado de confianza (para una confianza del 95%, $Z = 1.96$).

P = Proporción de la población que posee la característica de interés, se consideró $P = 0.5$.

E = Error o máxima diferencia entre la proporción muestral y la proporción de la población que se está dispuesto a aceptar en el nivel de confianza señalado.

N = Tamaño de la población.

3.3. Diseño del instrumento de medición

La variable competitividad se ha intentado medir de diferentes maneras, a lo largo de investigaciones teóricas y empíricas. Chauca (2000) lo hace a través de un Índice de Competitividad. Este autor considera las siguientes variables para definir el grado de competitividad empresarial: Estilo de dirección, Tipo de organización, Producción, Tecnología y Finanzas y Mercadotecnia.

Bonales y Sánchez (2003) aplican una metodología para determinar la competitividad internacional de las empresas exportadoras de aguacate, a través de una metodología que definen las siguientes variables independientes: calidad, precio, tecnología, capacitación y canales de distribución.

En el 2004, Chávez describe la competitividad de las empresas exportadoras de fresas a los Estados Unidos, ubicadas en el valle de Zamora, Michoacán. A través de un diseño descriptivo correlacional, el modelo que aporta pretende establecer una relación entre las variables independientes (calidad, canales de distribución, precio, servicios y tecnología) y la variable dependiente competitividad.

El Modelo Integral de Competitividad Económica (MICE) (Hernández Contreras, 2006) considera variable de recursos tecnológicos, variable de recursos humanos, relación costo/beneficio, variable de recursos organizacionales, significancia en estudios previos y variable de control.

3.4. Descripción del instrumento de medición

3.4.1. Diseño del cuestionario

Se elaboró un cuestionario inicial, el cual se lanzó de *pre-test*, modificándose en varios aspectos: número de reactivos, estandarización de escalas y variables, las cuales se describen a continuación:

1. Mercado.
2. Tecnología.
3. Sistemas administrativos.
4. Calidad.
5. Recursos humanos.

6. Relaciones con proveedores / clientes.

En la Tabla 4 se muestra la relación existente entre las variables independientes anteriormente presentadas y la variable dependiente.

Variables independientes	Dimensión	Variable dependiente
Mercado	Mercado	
Tecnología	Precios competitivos	
Sistemas administrativos	Maquinaria y equipo	
	Sistemas de gestión de calidad	
Calidad	Sistemas de control de calidad	Competitividad
	Sistemas de inspección de calidad	
Recursos humanos	Arquitectura organizacional	
	desarrollo de carrera	
Relaciones con proveedores / clientes	Relaciones con proveedores / clientes	

Tabla 4. Variables independientes y dependientes
Fuente: Elaboración propia

Se encontró que en la visita a 5 empresas que se tomaron como muestra para la aplicación del *pre-test*, hubo confusión en 5 preguntas, por lo que se modificó la redacción de las mismas y se preparó el cuestionario para su aplicación final, para el caso se tomó el criterio recomendado por Bohrnstedt (1976).

A partir de lo anterior, se elaboró la versión definitiva del cuestionario, el cual consta de 50 preguntas, distribuidas en 7 bloques:

- a. Datos generales.
- b. Análisis del mercado.
- c. Análisis de la tecnología.
- d. Análisis de los sistemas.
- e. Análisis de la calidad.
- f. Análisis de los recursos humanos.
- g. Análisis de las relaciones con proveedores.

Para dichas variables, se determinaron su dimensión y su indicador a medir, todo esto se hizo a través de un cuestionario, como lo muestra la Tabla 5.

Variable	Operacionalización de las Variables Independientes		Preg	
	Dimensión	Indicador		
Mercado	Mercado	Nº competidores	1	
		Intensidad de competencia	2	
		Precio de Competidor	3	
		Calidad de competidor	4	
		Precio de sus productos	5	
	Precios competitivos	Cuota de mercado	6	
		Precios competitivos	7	
		Promociones	8	
		Cambios significativos	9	
		Nº de trabajadores	10	
Tecnología	Maquinaria y equipo	Capacitación asociada	11	
		Ahorro materiales y MP	12	
		Variedad de productos	13	
		Tiempo de llegada al mercado	14	
		Grado de implementación en:		
Sistemas	Sistemas administrativos	CAD-CAM	15	
		Certificación calidad	16	
		Programa de certificación	17	
		Control estadístico	18	
		Instrucciones claras	19	
	Sistemas de control calidad	Información sobre prodn'	20	
		Sistemas de prevención	21	
		Orden y limpieza	22	
		Tiempos estándar	23	
		Horas productivas	24	
Calidad	Sistemas de inspección calidad	Cumplimiento de plazos	25	
		Devoluciones	26	
		Productos defectuosos	27	
		Desechos	28	
		Nuevos productos	29	
	Recursos Humanos	Arquitectura organizacional	Tiempo de desarrollo NP	30
			Tiempo preparación equipo	31
			Tiempo de entrega	32
			Producción extra	33
			Dimensión plantilla	34
Recursos Humanos	Desarrollo de carrera	Formación operarios	35	
		Promoción mandos altos	36	
		Promoción mandos medios	37	
	Desarrollo de carrera	Niveles jerárquicos	38	
		Grado de control	39	
		Grado de evaluación	40	

		Relaciones con prov. / ctes.:	
Relaciones Exterior	Relaciones con proveedores	Estabilidad	41, 46
		Calidad	42, 47
	Relaciones con clientes	Evaluación periódica	43, 48
		Colaboración técnica	44, 49
		Entregas JIT	45, 50

Tabla 5. Operacionalización de las variables independientes

Fuente: Elaboración propia

El cuestionario se diseñó para responderlo en 20 ó 30 minutos; y en la mayoría de los casos, lo respondió el administrador de la empresa o el gerente de la planta.

3.5. Escalas de medición

Una vez definidas las variables, es necesario cuantificarlas para poder analizarlas y expresarlas matemáticamente. Por lo anterior, se hace necesario el uso de escalas para poder cuantificar el instrumento de medición.

Para esta investigación, se utilizó la escala de Likert, que pertenece a la categoría de las ordinales, presenta cinco enunciados positivos y negativos acerca de un objeto de actitud. Al responder, los individuos indican su reacción asignando un número a cada una:

- Totalmente de acuerdo 5
- De acuerdo en general 4
- Ni de acuerdo ni en desacuerdo 3
- En desacuerdo general 2
- Totalmente en desacuerdo 1

Sobre la misma escala Bonales y Sánchez (2003) mencionan que es un conjunto de elementos de actitudes consideradas aproximadamente de igual valor, y a cada una de las cuales los sujetos responden con diversos grados de acuerdo o desacuerdo. Dicha escala puede acortarse o incrementarse en el número de categorías, pero el peso proporcionado a cada una deberá ser el mismo.

3.6. Recolección y procesamiento de datos

3.6.1. Recolección de datos

La obtención de las entrevistas primero se hizo a través de una cita telefónica, entregando una carta de presentación, en donde se informaba de las características académicas y de la confiabilidad de los datos de estudio. La duración de las entrevistas osciló entre los 20 y los 30 minutos. En las empresas medianas, en donde el logro de objetivos es más ambicioso y el tiempo cuenta para su alcance, el llevar a cabo las entrevistas fue más complicado, en ocasiones hubo que ir varias veces para recoger el cuestionario.

El nivel de respuesta no fue el esperado, ya que contribuir a la estadística empresarial dista mucho de los objetivos particulares de los industriales. Con las limitaciones encontradas, en cuanto a tamaño de muestra y composición de los estratos de la misma, debido a la baja respuesta empresarial, se llevó a cabo la encuesta.

El volumen de datos se obtuvo al aplicar el cuestionario a las empresas clasificadas como PyMES del área Industrial, ubicadas en la región Morelia (Michoacán) y mostradas en la Tabla 6.

Universo de referencia	
Contactos realizados	69
Contactos con éxito	49
Contactos no conseguidos	10
Negativas	9
Incumplimiento de requisitos	0
No localizables, cerradas o sin actividad	1

Tabla 6. Resultado del trabajo de campo
Fuente: Elaboración propia

Para el caso se tomó una $n = 39$ empresas distribuidas como se muestra en la Tabla 7.

Sector	N°
Química	12
Alimentos	10
Metal – Mecánica	8
Textil	4
Mueblera	2
Vidriera	2
Concretos	1
TOTAL MUESTRA	39

Tabla 7. Distribución de la muestra por sector
Fuente: Elaboración propia

Sector	%
Química	30.77
Alimentos	25.64
Metal – Mecánica	20.51
Textil	10.26
Mueblera	5.13
Vidriera	5.13
Concretos	2.56
TOTAL MUESTRA	100

Tabla 8. Porcentaje de la muestra por sector
Fuente: Elaboración propia

El procesamiento y la presentación de datos obtenidos se realizaron usando Office (Word, Excel) y SPSS versión 11.0 para Windows.

Para su análisis se hace uso de la información mostrada en la Tabla 9.

		VARIABLE						C**	PE **	ES **
E*		MERCADO	TECNOLOGIA	SISTEMAS	CALIDAD	RECURSOS	RELACIONES	□		
						HUMANOS	PROVEEDOR			
	1	27	17	11	57	24	31	167	31	3
	2	34	25	8	54	32	37	190	30	4
	3	28	23	10	57	34	39	191	150	3
	4	30	25	4	55	24	32	170		3
QUIMICA	5	31	29	15	58	27	45	205	124	3
	8	29	23	2	56	27	28	165	59	3
	12	34	23	6	54	29	39	185	28	3
	15	32	18	12	47	29	47	185		3
	21	29	19	7	44	26	20	145	22	3
	30	31	20	8	53	30	38	180	42	3
	33	29	27	10	58	30	41	195	70	3
	35	23	25	6	60	38	43	195	55	3
	6	29	21	7	56	22	38	173	390	4
	7	28	24	9	50	31	40	182	7	4
ALIMENTOS	16	31	22	14	56	27	36	186	500	3
	19	28	17	7	53	28	30	163	150	3
	25	31	22	10	52	30	38	183	160	3
	31	28	21	3	45	28	14	139	20	3
	32	30	19	2	50	26	31	158	70	
	37	27	24	5	52	29	41	178	6	3
	38	35	29	13	55	24	47	203	100	4
	39	29	22	3	52	25	38	169	50	3
METAL-MECANICA	9	30	16	4	51	23	37	161	93	3
	14	28	15	11	63	23	35	175	64	3
	18	28	18	2	38	23	32	141	14	3
	22	29	26	6	69	33	50	213	10	3
	24	28	19	1	21	27	29	125	5	2
	28	26	26	12	65	30	43	202	89	
	29	35	16	14	75	37	45	222	30	
	34	30	28	10	59	24	38	189	20	3
TEXTIL	10	32	24	7	59	28	36	186	30	
	11	29	18	10	28	23	15	123	25	
	13	30	26	7	60	36	27	186	3	3
	20	22	16	2	39	17	18	114	5	4
V*	17	30	27	2	69	29	37	194	20	4

	36	30	19	6	48	26	26	155	40	3
M*	23	33	26	7	48	29	30	173	30	
	27	28	16	0	56	31	36	167	21	3
C*	26	34	25	9	60	32	43	203		3
Σ		1155	856	282	2082	1091	1370	6,836		

Tabla 9. Matriz de datos provenientes de los cuestionarios aplicados Fuente:

Elaboración propia

E* = EMPRESA, V* = VIDRIO, M* = MUEBLES, C* = CONCRETO, PE** = PERSONAL ACTUAL, ES ** = ESCOLARIDAD (ENCUESTADOS), C** = COMPETITIVIDAD

3.6.2. Procesamiento de la variable dependiente competitividad

Una vez procesada la información de la variable competitividad se la representa como el resultado de la sumatoria de las calificaciones en las escalas de las variables independientes, (Y) en las escalas de referencia. Los resultados obtenidos con SPSS figuran en la Tabla 10.

	<i>n</i>	39
Media		175.21
Desviación estándar de la media		4.15
Mediana		178.00
Moda		123.00
Desviación estándar		25.92
Varianza		671.85
Asimetría		-.49
Desviación estándar de la asimetría		.38
Curtosis		.20
Desviación estándar de la curtosis		.74
Rango		111.00
Valor mínimo		112.00
Valor máximo		223.00
Suma		6833.00

Tabla 10. Medidas de tendencia central y variabilidad de la competitividad
Fuente: Elaboración propia

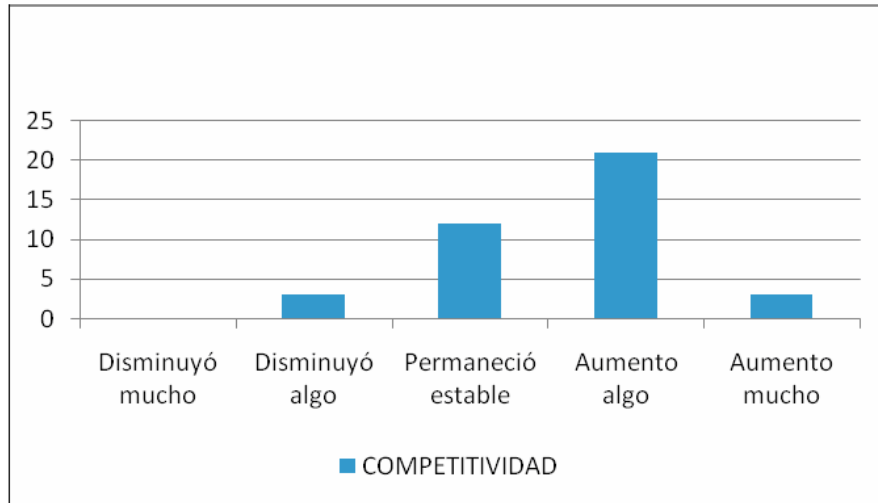


Figura 1. Análisis de la variable competitividad
Fuente: Elaboración propia

Es de suma importancia hacer la correlación de los datos como complemento de las medidas de tendencia central, dispersión, coeficiente de variación, asimetría y curtosis, para contar con una base estadística sólida y así poder fundamentar e interpretar el comportamiento de la competitividad de las PyMES en Morelia (Michoacán, México).

El coeficiente de Pearson (r) es un coeficiente de correlación paramétrico que indica hasta qué punto una variación en una variable corresponde con una variación en otra.

Guilford (1954) lo interpreta de la siguiente manera:

r	<	0.20	=	Correlación leve.	
r	de	0.20	a	0.40 =	Baja correlación, definida.
r	de	0.40	a	0.70 =	Correlación moderada.
r	de	0.70	a	0.90 =	Correlación alta.
r	de	0.90	a	1.00 =	Correlación altísima.

De acuerdo con Papua (1996) los valores varían de +1.00 que quiere decir correlación positiva perfecta; a través del cero que significa independencia completa o ausencia de correlación, hasta -1.00 que es una correlación perfecta negativa. Una correlación perfecta de +1.00 indica que cuando una variable se “mueve” en una dirección, la otra se mueve en la misma dirección y con la misma intensidad.

González Santoyo (2006) expone la ecuación del coeficiente de correlación entre la variable “x” e “y”, que mide el grado de asociación existente entre variables, lo que implica la fuerza de relación entre dos variables, para el caso la ecuación de cálculo es representada por (2).

$$r = \frac{n(\sum XY) - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{n(\sum X^2) - (\sum X)^2} \sqrt{n(\sum Y^2) - (\sum Y)^2}} \quad (2)$$

El coeficiente de determinación es el cuadrado del coeficiente de correlación (r^2); su valor representa la proporción de la variación de la variable dependiente “y”, que es explicado por la variable independiente “x” (para el caso de aplicación ver Tabla 11).

	Merca do	Tecnol o-gía	Siste- mas	Calida d	Rec. Huma- nos	Rel. Ext.	Compe ti- tividad
Mercado	1.000	.271	.373	.215	.145	.327	.462
Tecnología	.271	1.000	.231	.365	.360	.438	.580
Sistemas	.373	.231	1.000	.360	-.010	.408	.569
Calidad	.215	.365	.360	1.000	.482	.609	.852
Recursos Humanos	.145	.360	-.010	.482	1.000	.314	.629
Relaciones Exterior	.327	.438	.408	.609	.314	1.000	.853
Competitividad	.462	.580	.569	.852	.629	.853	1.000

Tabla 11. Correlaciones existentes entre variables
Fuente: Elaboración propia

4. RESULTADOS

1. Las PyMES Morelianas cuentan con un promedio de personal de 71.19 (media), directo e indirecto, éstas caen en la clasificación de industria pequeña (31-100) (Diario Oficial de la Federación, marzo 1999).
2. El 67% de los administradores de las empresas encuestadas manifestó tener estudios de licenciatura, mientras que el 15% realizó una maestría.
3. Se percibe bastante competencia en el mercado al que acuden las PyMES del sector industrial, el cual ha aumentado durante los últimos tres años.
4. A pesar que un 46.2% manifiesta cambios tecnológicos muy importantes, la capacitación de personal no aumentó en la misma proporción, pero sí hubo ahorros en materias primas.
5. Derivado de los mismos cambios, la variedad de productos aumentó levemente y no así el tiempo de llegada del producto al mercado, el cual permaneció estable.
6. La mayor parte de los encuestados manifestó no tener posibilidades de implementar el CAD / CAM (diseño y fabricación asistido por computador).
7. Una tercera parte manifestó que tiene parcialmente implementado un sistema de certificación de calidad (ISO 9001).
8. Los resultados de la encuesta realizada muestran un avance parcial de implementación en la mayoría de los procesos productivos de un control estadístico, al igual que paneles informativos de datos de producción y sistemas para prevenir errores.
9. En el caso de orden y limpieza se encontraron totalmente implementados, a diferencia de los tiempos estándares de producción, que están parcialmente implementados, restando competitividad este último factor.
10. Para cubrir las necesidades adicionales de producción y hacer frente a ese mercado cambiante, utilizan en su mayoría las horas extra, dentro de una plantilla estable, lo que implica hacer

una ampliación de la capacidad instalada o bien un cambio tecnológico para incrementar la competitividad.

11. Para poder cubrir las expectativas de calidad del mercado, capacitan a su personal operario.
12. Solamente una minoría de los directivos actuales llegó a su puesto a través de una planeación de carrera.

5. CONCLUSIONES

El índice de competitividad empresarial de las PyMES morelianas se encuentra en un 70%, este se requiere impulsar a través de:

- a. Centros de investigación.
- b. Vinculación empresarial.
- c. Políticas públicas orientadas a:
 - Desarrollo empresarial.
 - Desarrollo educativo.
 - Investigación y desarrollo tecnológico.

Se recomienda capacitar a los administradores de dichas empresas en herramientas administrativas actuales que permitan elevar la competitividad de sus productos y abrir nuevas líneas de investigación, que permitan conocer más las PyMES y poder establecer planes de acción en el corto y largo plazo.

BIBLIOGRAFÍA

Bohrnstedt, G.W. (1976). *Evaluación de la confiabilidad y validez en la medición de actitudes*. Trillas, México.

Bonales, V.J.; Sánchez, S.M. (2003). *Competitividad Internacional de las Empresas Exportadoras de Aguacate*. ININEE.

Chauca, M. (2000). *Administración Estratégica para la competitividad de la micro, pequeña y mediana empresa: El caso de las empresas manufactureras de la Ciudad de Morelia Michoacán*. Escuela Superior de Comercio y Administración, IPN. Tesis de Doctor en Ciencias.

Chávez Ferreiro, J. (2004). *Competitividad de las empresas que exportan fresa a los Estados Unidos de América, ubicadas en el Valle de Zamora, Michoacán*. Tesis doctoral, IPN-ESCA-CICA, México.

COECYT (2007). *Directorio empresarial Michoacán*.

González Santoyo, F. (2006). *Probabilidad y Estadística. Aplicación en la Administración*. FeGoSa.

Guilford, J.P. (1954). *Psychometric Methods*. Mc Graw Hill, New York.

IMCO (2007). *Situación Competitiva de Michoacán. Diagnóstico y próximos pasos. Michoacán ante el Reto de la competitividad*.

OCDE (1997). *Industrial Competitiveness*. OCDE, París.

Padua, J. (1996). *Técnicas de investigación aplicadas a las ciencias sociales*. Colegio de México y FCE, 6ª reimp., México.

Ramos, R.R. (2001). *Modelos de evaluación de la Competitividad Internacional: Una aplicación empírica al caso de las Islas Canarias*. Universidad las Palmas de Gran Canaria. Tesis para obtener el grado de Doctor en Ciencias Económicas.

**UNA PROPUESTA METODOLÓGICA PARA ESTIMAR
RETORNOS SOCIALES DE LA EDUCACIÓN.
EL CASO DE LOS RETORNOS AMBIENTALES**

Mariana Saidón

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

Av. Córdoba 2212 – 2° Piso

C1120AAQ – Ciudad de Buenos Aires - Argentina

msaidon@econ.uba.ar

Recibido 11 de noviembre de 2008, aceptado 3 de marzo de 2009

Resumen

Este artículo propone un marco metodológico para analizar, a través de una muestra de corte transversal, las repercusiones del nivel de educación formal de la población sobre diversas dimensiones de su vínculo con el medio ambiente: la comprensión, las valuaciones contingentes y las prioridades. Esto es útil para la toma de decisiones en el ámbito de las políticas públicas.

Con este objetivo, se seleccionó un marco teórico definido y se propuso una adaptación específica para su aplicación y cuantificación.

El modelo propuesto se basa en una variación del modelo estándar de Mincer (1974) y se configuró para estimar retornos sociales de la educación, específicamente retornos ambientales.

Palabras clave: metodología, encuesta, educación formal, nivel educativo, evaluación de comprensión, medio ambiente.

**A METHODOLOGICAL PROPOSAL TO ESTIMATE THE
SOCIAL RETURNS OF EDUCATION
THE CASE OF ENVIRONMENTAL RETURNS**

Mariana Saidón

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) y
Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Buenos Aires.

Av. Córdoba 2212 – 2° Piso

C1120AAQ – Ciudad de Buenos Aires - Argentina

msaidon@econ.uba.ar

Received November 11th 2008, accepted March 3rd 2009

Abstract

This article proposes a methodological framework to analyze, through micro-data, the impact of the level of formal education on various dimensions of the relationship between population and their environment: understanding, contingent valuation and priorities. This is useful for decision making in the field of public policy.

To this end, a theoretical framework was selected and a specific adjustment for its implementation and quantification was suggested.

The model proposed is based on a variation of the standard specification of Mincer (1974), transformed into estimate social returns of education, specifically the environmental returns.

Keywords: methodology, survey, formal education, level of education, evaluation of understanding, environment.

1. INTRODUCCIÓN

Este artículo tiene por objetivo diseñar un marco metodológico que permita evaluar los retornos sociales de la educación en términos de sus efectos sobre la vinculación de la población con el medio ambiente. En particular, se desarrolla una metodología que permite medir cuánto incide el nivel educativo de la población (o los años de educación, si se prefiere) en la comprensión de distintos tópicos ambientales, en la valuación que hace la población sobre temas ambientales específicos y en cuanto a las prioridades que le asigna a la cuestión ambiental, respecto de otros temas.

Para ello, se propone un modelo econométrico, que podría aplicarse a partir de datos generados mediante la implementación de una encuesta diseñada específicamente a tal fin y bajo los lineamientos de este trabajo.

Haciendo un repaso de la literatura sobre retornos de la educación, puede advertirse que la temática tiene origen en el ámbito de las Ciencias Económicas. Históricamente, bajo el enfoque tradicional, la mayoría de los análisis propone estudios empíricos basados en microdatos para realizar estimaciones. Por lo general se estiman esos retornos en términos de ingresos individuales. Es decir, lo que se procura es determinar la variación promedio en los ingresos percibidos por un individuo en función de su educación. Por ejemplo, según los resultados de un estudio de ese tipo realizado por Psacharopoulos y Patrinos (2004), la inversión en educación hace que un año adicional incremente el salario entre un 5 y un 15%, en promedio.

Sin embargo, a pesar de la abundante literatura económica mencionada (dedicada a estimar los retornos pecuniarios de la educación configurados en el mercado laboral), a la luz de la evidencia presentada por expertos de diversas disciplinas como la sociología, las ciencias políticas, las ciencias de la educación e incluso algunos de la propia economía; la educación de un individuo afecta adicionalmente el bienestar de otros agentes y del propio individuo, más allá de esos retornos monetarios. Además de los retornos en términos de ingresos directos, la educación genera otro tipo de retornos no pecuniarios y externalidades.

De todos modos, según la OECD (2000), si bien existen progresos en la identificación y medición de muchos beneficios sociales de la educación, aún es difícil cuantificarlos, siendo que hay razones para creer que muchos de los beneficios de la educación son sociales más que individuales. Por esta razón ha crecido recientemente el interés en

estimar esos retornos. En este sentido, la literatura reciente sugiere que las mediciones de retornos de la educación que toman en cuenta solo ingresos, subestiman los retornos totales (Moretti, 2006). Por lo que cuantificar como retornos solo a los ingresos es acotar el espectro de impacto de la educación y eso debe quedar expresado en cada ejercicio de estimación, si es que se busca contribuir a la toma de decisiones. Desde el ámbito epistemológico, en la misma línea, se concluye que es necesario acotar el alcance de los resultados que se obtienen en los estudios convencionales, o bien, innovar en técnicas más adecuadas de cuantificación y contemplar otras dimensiones de la educación.

Por todo esto, la literatura reciente ha desarrollado trabajos aislados para fundamentar o evidenciar el impacto de la educación en distintos ámbitos. Por ejemplo, se ha estudiado su incidencia sobre los ingresos del cónyuge, en la salud y el aprendizaje de su grupo familiar, en la generación de eficiencia en sus elecciones de mercado, etc. A su vez, de manera fragmentada, también en la dimensión social han surgido otros estudios que buscan fundamentar o estimar retornos de la educación, como por ejemplo, el impacto sobre el crimen, sobre el medio ambiente, sobre la democratización del sistema, sobre la participación ciudadana, derrames de conocimiento sobre la sociedad, impactos sobre el crecimiento demográfico (Mc Mahon, 1997), sobre la productividad, mejoras tecnológicas y en la capacidad de asimilar nuevas tecnologías (Nelson y Phelps, 1966), efectos sobre la pobreza, etc.

Por ejemplo, Haveman y Wolfe (2002) sostienen que la educación de uno de los cónyuges tiene efectos positivos en los ingresos del otro. El fundamento se basa en el asesoramiento que puede brindarle y en la asistencia para adquirir capacidades. Según Wolfe y Zuvekas (1997), a mayor educación se evidencia mejor salud y mayor esperanza de vida. Según Feinstein (2002), la educación impacta en la salud a través de mayores ingresos. Wolfe y Zuvekas (1997), a su vez, resaltan los beneficios de la educación sobre temas de aprendizaje familiar. Según Lochner's (1999), la educación, al incrementar ingresos de los individuos, reduce la preferencia por cometer crímenes. Gould *et al.* (2000) sostiene que, según la evidencia, existe una correlación negativa entre crímenes e ingresos (variable altamente correlacionada con educación). Al respecto, McMahan (2000) argumenta que lo que incide es el estar en la escuela o en un trabajo, en lugar de permanecer en la calle y también que la educación impacta muchas veces reduciendo la inequidad y/o la pobreza, impactando a su vez, sobre el crimen. Según Becker y Mulligan (1997), y para Lochner y Moretti (2002), la educación puede incrementar la paciencia y la aversión al riesgo, reduciendo la

probabilidad de cometer crímenes. Para Arrow (1997), la educación afecta la criminalidad introduciendo valores. Según Farrington *et al.* (1996), la educación de los individuos podría impactar también indirectamente, reduciendo la criminalidad de otro miembro de la familia. McMahon (2000) argumenta que la educación genera mayor democratización, influyendo, a su vez, positivamente sobre el respeto a los derechos humanos y sobre la estabilidad política. Según Hodgkinson y Weitzman (1998), egresados universitarios dedican aproximadamente el doble de horas a trabajo voluntario y donan un 50% más de ingresos que egresados de secundario. McMahon (2000) argumenta que la educación genera difusión de conocimiento a la sociedad a través de la producción de artículos, libros; y de los medios de comunicación. Lucas (1988), diferencia dos efectos generados por el capital humano. Por un lado incrementa la productividad del individuo; por otro, genera externalidades acrecentando el capital humano agregado, mejorando la productividad de todos los factores productivos. Esto explicaría las diferencias de ingreso de largo plazo entre países ricos y pobres. Puede verse también al respecto Peri (2002), Glaeser (1999) y Moretti (2007). Sen (1997) argumentó que en Bangladesh las políticas educativas orientadas a los pobres contribuyeron a reducir la pobreza.

Es en esta misma línea que el presente estudio desarrolla una metodología para estimar los retornos de la educación sobre comprensión, valuación y prioridades relacionadas con temas ambientales. Los aportes teóricos y metodológicos que puedan hacerse en este sentido son atrayentes, debido a que la literatura en este ámbito no es abundante.

Para ello, en el apartado que sigue se especifica el marco teórico en el que se basará el estudio. Luego, se desarrolla un apartado metodológico en donde se presenta el modelo propuesto. Posteriormente, se detallan los aportes realizados para el ámbito de las políticas públicas. Finalmente, el trabajo cierra con un apartado de conclusiones.

2. MARCO TEÓRICO

Según Owens (2004) existe un vínculo entre medio ambiente y educación. Feinstein (2002) indica que la educación genera mejor información y sensibiliza. Arrow (1997) vincula la educación a la generación de valores. Por lo tanto, ¿es cierto que, como suele expresarse, a mayor nivel educativo existe mejor comprensión de los problemas ambientales? ¿Puede decirse que a mayor educación, mayor

responsabilidad ambiental? ¿Es significativa la educación formal para explicar las actitudes de la ciudadanía respecto del medio ambiente o hace falta revisar las políticas educativas en este ámbito? ¿Tienen mayor peso que la educación diversos factores económicos, políticos, otras características del grupo familiar, etc.? ¿Tiene mayor impacto la educación formal respecto de la educación no formal y los medios masivos de comunicación?

En función de dar respuesta a este tipo de interrogantes, pueden discriminarse tres grupos de variables sobre las que resulta pertinente analizar la incidencia de la educación. Por un lado, aquellas “de comprensión”; por otra parte, las “de valuación” y las “de prioridad”.

2.1. La comprensión

Para abordar la dimensión de la *comprensión* debería darse respuesta a los siguientes interrogantes: ¿qué quiere decir comprender un fenómeno ambiental? ¿Cómo distinguir entre una comprensión profunda y una superficial? ¿Cómo establecer grados de comprensión?

Históricamente, disciplinas como Epistemología, Psicología, Psicopedagogía o Ciencias de la Educación han pretendido caracterizar la *comprensión*.

Existen diversas definiciones de comprensión. Algunas enfatizan la habilidad para resolver lógicamente algún razonamiento; otras, la capacidad para acumular información; otras, el vínculo entre la temática en cuestión y su uso práctico; otras, la capacidad crítica; otras, la capacidad de explicar el tema en términos que lo hace la comunidad académica, etc.

Con el fin de desarrollar un instrumento que sirva de base para la realización de una encuesta, se tomará como punto de partida el artículo de Boix Mansilla y Gardner, (2005), que define la *comprensión* como capacidad de usar el conocimiento en situaciones novedosas, por lo que el conocimiento se convierte en una herramienta de reflexión para operar en lo cotidiano, en una red conceptual amplia, organizada, con ejemplos y generalizaciones. El conocimiento es percibido como una construcción humana, de acuerdo con criterios y métodos comúnmente aceptados por la disciplina de origen. A su vez, se tienen en cuenta los propósitos que motivan la investigación y se presupone que el conocimiento puede ser comunicado adecuadamente.

Ese artículo argumenta que la calidad de la comprensión se basa en la capacidad para hacer uso productivo de los conocimientos, remitiéndose a ellos para desempeñarse: resolver problemas, tomar

decisiones y transformar el mundo. En consecuencia, considera cuatro *dimensiones de la comprensión*, que interactúan dinámicamente, muestran su naturaleza multidimensional y que a continuación se exponen de manera sintética:

- 1 *Contenido*: evalúa en qué grado se han trascendido la intuición y la capacidad para moverse entre ejemplos y generalizaciones, coherentemente. Los criterios a evaluar dentro de esta dimensión son los siguientes:
 - a. *Creencias intuitivas transformadoras*: en qué medida los desempeños muestran que se trascienden las creencias intuitivas, contemplando conceptos o teorías de la disciplina.
 - b. *Redes conceptuales coherentes y ricas*: en qué medida se razona dentro de redes conceptuales ricamente organizadas, moviéndose con flexibilidad entre ejemplos y generalizaciones.
- 2 *Métodos*: dado que el conocimiento muchas veces no está disponible para ser aprehendido directamente, existen procesos de investigación públicamente aceptados por comunidades pertenecientes a dominios específicos, para validar las afirmaciones realizadas. No es que éstas se vuelvan incuestionables, sino que se presentan como más confiables. Los criterios a evaluar dentro de esta dimensión son los siguientes:
 - a. *Sano escepticismo*: ¿se muestra un sano escepticismo respecto de creencias propias e información transmitida por la gente, los medios de comunicación, etc.?
 - b. *Construir conocimiento dentro del dominio*: ¿se usan estrategias, métodos, técnicas y procedimientos similares a los utilizados en el dominio para construir conocimiento confiable?
 - c. *Validar el conocimiento en el dominio*: ¿se valida el conocimiento a través de criterios públicamente consensuados como métodos sistemáticos y argumentos racionales?
- 3 *Propósitos*: se evalúa si el conocimiento es entendido como herramienta para explicar y operar en el mundo, y la capacidad para usarlo en múltiples situaciones, considerando el espíritu crítico respecto de las consecuencias de hacerlo. Los criterios a evaluar dentro de esta dimensión son los siguientes:

- a. *Conciencia de los propósitos del conocimiento*: ¿se perciben los propósitos que llevan a generar conocimiento?
 - b. *Múltiples usos del conocimiento*: ¿se reconoce una variedad de usos posibles del conocimiento?
 - c. *Buen manejo y autonomía*: ¿existe buen manejo del conocimiento como para usarlo? ¿En qué medida existe una posición personal?
- 4 *Formas de comunicación*: se evalúa el uso de símbolos, la adaptación al contexto y claridad, flexibilidad y organización en la expresión para transmitir el conocimiento eficazmente. Los criterios a evaluar dentro de esta dimensión son los siguientes:
- a. *Dominio de los géneros de realización*: ¿en qué medida existe dominio de modos de desempeños?
 - b. *Efectivo uso de sistemas de símbolos*: ¿en qué medida se utilizan sistemas de símbolos (metáforas, símbolos matemáticos, etc.) efectivamente para representar conocimiento?
 - c. *Consideración de la audiencia y el contexto*: ¿se demuestra conciencia del contexto de la comunicación?

2.2. Las valuaciones contingentes

Las variables de *valuación*, muchas veces también representadas por “*willingness to pay*” en la literatura internacional, responden al interrogante de cómo valúa la población a aspectos del medio ambiente.

Como la naturaleza es un bien público y no tiene valor de mercado, para disponer de una aproximación respecto de cómo la valoran los individuos suele utilizarse el método de *valuación contingente*, una herramienta que sirve para analizar valuaciones por fuera del mercado. En el ámbito de la economía ambiental suele usarse para establecer qué valores le asignarían los individuos a un cambio en algún aspecto ambiental específico. Este método requiere de un cuestionario en donde se presenta a los individuos un mercado hipotético (o contingente). A partir de ello, se les podría preguntar, por ejemplo, acerca de la *disponibilidad a pagar* por un servicio eventual que sea ambientalmente más limpio que uno que actualmente existe.

2.3. Las prioridades

Las variables *de prioridad* son las que usualmente se denominan “*attitudinal variables*” en la literatura estándar internacional. Éstas reflejan las respuestas de la población respecto de preguntas orientadas a determinar qué prioridad se asigna a determinado tema - en este caso, al tema ambiental-, con relación a otros.

En el apartado que sigue, se expone el modelo diseñado para realizar la aplicación que se propone este estudio.

3. EL MODELO

Los estudios tradicionales sobre *retornos de la educación* asumen que la economía se compone de individuos que difieren en años de educación (s) y en años de experiencia laboral (x). A su vez, uno de los supuestos más comunes en este tipo de análisis es la existencia de una situación de estado estacionario, sin crecimiento de productividad. Por lo que, si la tasa de crecimiento de los retornos de la educación es independiente del nivel de experiencia laboral, aplicando logaritmos y asumiendo una forma cuadrática en la relación entre ingresos y experiencia laboral, se obtendría la forma estándar de Mincer (1974) utilizada en múltiples estudios empíricos sobre retornos de la educación:

$$\ln y = \beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 X + \beta_3 X^2 + u$$

en donde y es el vector de retornos de la economía -en términos de ingresos- y u es un residuo con media cero. En este modelo, una estimación de β_1 proveería una estimación de la tasa de retorno de la educación.

En consecuencia, la mayor parte de los trabajos aplicados que manifiestan medir “retornos de la educación”, basándose en la forma estándar de Mincer, analiza ingresos pecuniarios sin tomar en cuenta otro tipo de retornos, ni externalidades.

Ahora bien, para considerar los efectos de la educación sobre el medio ambiente, se propone usar como base la ecuación de Mincer, aunque transformada en una ecuación de retornos sociales de la educación. Puede fundamentarse este procedimiento con la literatura teórica mencionada en el apartado *Introducción*. De este modo, el modelo que se propone es el siguiente:

Modelo A

$$\begin{cases} v_{1i} = \alpha_1 + \delta_1 educ_i + \sigma_1 sex_i + \theta_1 geo_i + \gamma_1 \log(ipcf_i) + \omega_1 \\ v_{2i} = \alpha_2 + \delta_2 educ_i + \sigma_2 sex_i + \theta_2 geo_i + \gamma_2 \log(ipcf_i) + \omega_2 \\ \log(v_{3i}) = \alpha_3 + \delta_3 educ_i + \sigma_3 sex_i + \theta_3 geo_i + \gamma_3 \log(ipcf_i) + \omega_3 \end{cases}$$

en donde v_{1i} representa un puntaje asociado a una evaluación de *comprensión* de temas ambientales que se realiza a la persona i ; v_{2i} refleja una *valuación contingente* correspondiente al individuo i sobre cuestiones ambientales y v_{3i} es una variable cuantitativa que representa sus prioridades.

En cuanto a las variables explicativas, *educ* representa los años de educación del individuo i , *sex* es una variable cualitativa asociada al sexo de ese individuo (que adopta el valor 1 si es hombre y cero si es mujer), *geo* refleja el área geográfica de residencia (que adopta el valor 1 si se trata de un área urbana y 0 si el área es rural) e *ipcf* representa el ingreso *per cápita* del grupo familiar. De este modo, habiendo descontado el efecto de las demás variables consideradas (sexo, ingreso *per cápita* familiar y área geográfica), el coeficiente δ_1 representa los retornos de la educación en términos de comprensión; δ_2 , los retornos de la educación sobre valuaciones contingentes de los individuos; δ_3 , los retornos de la educación sobre prioridades. Todo esto, en vinculación con temas ambientales. Los demás coeficientes estimarán el impacto de las demás variables explicativas.

A modo de ejemplo, los resultados de una estimación de este tipo, podrían ser los siguientes:

$$\begin{cases} v_{1i} = 5 + 0,4educ - 0,2sex - 0,8geo - 0,5 \log(ipcf) + \omega_1 \\ v_{2i} = 4 - 0,1educ - 1,2sex - 0,4geo + \gamma_2 \log(ipcf) + \omega_2 \\ \log(v_{3i}) = 3,2 - 0,2educ - 2,44sex - 1,4geo + 2,5 \log(ipcf) + \omega_3 \end{cases}$$

En este caso, suponiendo que todas las estimaciones resultaran significativas, puede interpretarse, por ejemplo, que cada año de educación adicional genera, en promedio, 0,4 puntos adicionales en un examen de comprensión sobre temas ambientales en una escala de 1 a 10. Sin embargo, a pesar que la educación *per se* genera mejores conocimientos en esta esfera, una vez descontada la incidencia de otros factores, a mayor educación no se registra una valuación mayor del

¹ Sería interesante también incorporar alternativamente educación a través de variables cualitativas, a fin de discriminar el efecto que genera según nivel educativo.

medio ambiente, ni una prioridad clara del tema ambiental por sobre otros temas.

A partir de esos resultados, complementariamente, entre otras cosas podría decirse también, por ejemplo, que en una escala del 1 al 10, en promedio, las mujeres obtienen 0,23 puntos más en un examen de comprensión sobre temas ambientales que los hombres, una vez descontando los demás factores considerados. Sin embargo, en esa misma escala, la mujer valora al medio ambiente 1,2 puntos más que los hombres. Por lo tanto, se espera que las mujeres se comporten mejor respecto al medio ambiente que los hombres, explicándose esto mediante valoraciones diferenciales, más que en términos de conocimientos.

Un modelo alternativo es el siguiente:

Modelo B

$$\begin{cases} v_{1i} = \alpha_1 + \delta_1 educ_i + \sigma_1 sex_i + \theta_1 geo_i + \gamma_1 \log(ipcf_i) + \omega_1 \\ v_{2i} = \alpha_2 + \delta_2 v_{1i} + \sigma_2 sex_i + \theta_2 geo_i + \gamma_2 \log(ipcf_i) + \omega_2 \\ \log(v_{3i}) = \alpha_3 + \delta_3 v_{1i} + \sigma_3 sex_i + \theta_3 geo_i + \gamma_3 \log(ipcf_i) + \omega_3 \end{cases}$$

En este caso, los efectos de la educación sobre valuaciones y prioridades de los individuos ya no son directos. Éstos podrían intervenir, aunque de manera indirecta, a través de la comprensión, por parte de los individuos, de distintos tópicos ambientales.

A priori, cabe esperar que este modelo alternativo explique mejor y tenga mayor poder explicativo que el anterior. Sin embargo, como desventaja, se pierden las estimaciones de retornos ambientales de la educación en cuanto a conductas, valuaciones y prioridades.

Construcción de las variables dependientes

Para construir la **variable** v_1 , **de comprensión**, se tendrá en cuenta el artículo de Boix Mansilla y Gardner (2005, p.238-242), antes considerado en el marco teórico. Se contemplarán algunas de las dimensiones propuestas en aquel artículo y se asignará distinta importancia relativa a cada criterio. Esto, en función de realizar un rediseño metodológico para aplicar estos criterios específicamente a encuestas que tengan por objetivo evaluar los retornos de la educación en términos de conocimientos de temas ambientales. En efecto, los autores de ese artículo, avalan que existen desempeños para los cuales no pueden realizarse inferencias respecto de ciertas dimensiones. Además, explican: "...*algunas dimensiones pueden ser más prominentes*

que otras en dominios específicos...” y “...el marco de dimensiones y niveles de la comprensión propuesto (...) no es una representación rígida (...) constituye una herramienta conceptual (...) debe adaptarse al contenido específico, los contextos y niveles de instrucción en los cuales se usa”.

En consecuencia, a fin de priorizar algunas categorías por sobre otras, en la Tabla 1, se asigna un ponderador a cada una de las cuatro dimensiones propuestas por Boix Mansilla y Gardner (2005), en función de lo que se considera relevante para evaluar, mediante una encuesta, la adquisición de conocimientos para su eventual aplicación:

Dimensión	Ponderación
1. Contenido	0,4250
2. Método	0,1500
3. Propósito	0,4250
4. Formas de comunicación	0,0000
Total	1,0000

Tabla 1. Ponderación de dimensiones

Adicionalmente, dentro de cada dimensión, en la Tabla 2 se pondera cada uno de los criterios, en función de la importancia relativa que, se consideró debe tener cada uno de ellos, a fin de cumplir con los objetivos propuestos en este trabajo²:

² La dimensión *Formas de Comunicación* no se incluyó en este cuadro. Su ponderación fue cero en la *Tabla 1*.

Dimensión	Criterio	Ponderación (criterio / dimensión)
1. Contenido	Creencias intuitivas transformadas	0,6
	Redes conceptuales coherentes y ricas	0,4
2. Métodos	Sano escepticismo	1
	Construir conocimiento dentro del dominio	0
	Validar el conocimiento en el dominio	0
3. Propósito	Conciencia de los propósitos del conocimiento	0
	Múltiples usos del conocimiento	1
	Buen manejo y autonomía	0

Tabla 2. Ponderación de criterios por dimensión

Por último, en la Tabla 3 -que surge de multiplicar los ponderadores de los criterios (en Tabla 2) por los de sus respectivas dimensiones (en Tabla 1)- se especifican los ponderadores que adoptan los distintos criterios (asignados a diferentes preguntas a realizar en una encuesta), para señalar un puntaje en la evaluación de comprensión de cada individuo.

Dimensión	Criterio	Ponderación (criterio/total)
1. Contenido	Creencias intuitivas transformadas	0,2550
	Redes conceptuales coherentes y ricas	0,1700
2. Métodos	Sano escepticismo	0,1500
3. Propósito	Múltiples usos del conocimiento	0,4250
Total		1,0000

Tabla 3. Ponderación criterios en el total

Además, Boix Mansilla y Gardner (2005), a fin de distinguir la profundidad en el desempeño de cada dimensión, también proponen discriminar cuatro niveles de comprensión: “Ingenuo”, “de Principiante”, “de Aprendiz” y “de Maestría”. Sin embargo, como en el contexto específico de una encuesta aleatoria realizada por fuera de las instituciones educativas es poco probable encontrar demasiados casos en la parte superior de la distribución de niveles de comprensión, se propone conjugar los niveles de comprensión *de Aprendiz* y *de Maestría* en uno que se denominará “*Avanzado*”. Por lo tanto, los tres niveles de comprensión a considerar serán:

- I. *El ingenuo*: existen desempeños basados en la intuición o en la imaginación que son incorrectos, en donde el conocimiento se presenta como no problemático, como factible de ser captado directamente del mundo real. No existe vínculo entre conocimiento y vida cotidiana, no se considera el propósito del conocimiento, no se cuestiona, no existe dominio del mismo, puede apreciarse cierta incoherencia y existe poca reflexión respecto de cómo se comunica el conocimiento.
- II. *El de principiante*: existen desempeños basados en rituales, pueden aparecer algunos conceptos del dominio, pero estableciendo conexiones simples entre los mismos, a veces ensayadas. Suelen convalidarse procedimientos más en función de la autoridad externa, que por criterios racionalmente consensuados en el dominio. Puede imitarse un libro de texto o una noticia, como fuentes incuestionables de validación. En general, no se percibe demasiada conexión entre el conocimiento y su propósito.
- III. *El avanzado*: se perciben desempeños y modos de pensar similares a los del dominio y bastante integrados. Se percibe al conocimiento como una construcción compleja y problemática, que surge de procedimientos y criterios aplicados por expertos. Con mayor o menor apoyo, se vislumbra la relación entre conocimiento y vida cotidiana. Algunas veces, se entiende la aplicación del conocimiento a través de conductas concretas y/o la reinterpretación de situaciones reales a partir del mismo. También se vincula al conocimiento con sus propósitos y las consecuencias de ponerlo en práctica. Pueden manifestarse distintos puntos de vista, puede pasarse de la ejemplificación a lo general. Existe capacidad para considerar intenciones de los actores,

el contexto socio-económico y político. Existe pensamiento crítico.

En la Tabla 4 se establece el puntaje que adoptará cada respuesta en la evaluación de *comprensión*, en función de su correspondencia con los distintos niveles de comprensión considerados.

Nivel de comprensión	Puntaje
Ingenuo	0
De principiante	7
Avanzado	10

Tabla 4. Puntaje por nivel

En la Tabla 5 se expone un ejemplo concreto, en donde el *puntaje_i* -que surge de multiplicar los ponderadores (de la Tabla 3) por los puntajes asignados a los niveles de comprensión (en la Tabla 4)-atribuidos al individuo *i*, genera el valor atribuible a la variable v_{1i} del modelo.

Dimensión	Criterio	Respuesta	Puntaje
1. Contenido	Creencias intuitivas transformadas	De principiante	1,8
	Redes conceptuales coherentes y ricas	Ingenuo	0,0
2. Métodos	Sano escepticismo	Ingenuo	0,0
3. Propósito	Múltiples usos del conocimiento	De principiante	3,0
		Puntaje _i = v_{1i}	4,8

Tabla 5. Ejemplo de evaluación de comprensión

Para asignar un valor a la *variable* v_{2i} , que remite a *valuaciones contingentes*, es necesario que el individuo *i* responda a uno o más interrogantes acerca de su disponibilidad a pagar -por ejemplo, por la preservación de algún aspecto del medio ambiente-. Existen distintas técnicas para ello. Una opción es darle a escoger entre una serie de valores concretos (por ejemplo, 0, 10, 50, 100, 300), otra opción es permitirle una selección dentro de un rango de valores esperables (por ejemplo, entre 0 y 300). En caso en que las preguntas sobre valuación sean múltiples, para valuar se puede operar de igual modo que con la *comprensión*, es decir, a través de un promedio o promedio ponderado.

Finalmente, la *variable* v_{3i} , que refleja *prioridades*, es cuantitativa y asume un valor, según el orden que asigne el individuo i a un tema ambiental específico, respecto de otros temas (no ambientales). También en este caso, si se realizan preguntas múltiples, cabe asignar a v_{3i} el valor que surge de un promedio o promedio ponderado de las respuestas respectivas.

Vale la pena realizar la siguiente aclaración: cuando existen preguntas múltiples, podría optarse por reemplazar las variables v_{1i} v_{2i} y v_{3i} , por v_{1ij} v_{2ij} y v_{3ij} , respectivamente, en donde j hace referencia a un tema ambiental específico. De este modo, se obtendría un modelo específico para cada tópico ambiental.

4. APORTES EN EL ÁMBITO DE LAS POLÍTICAS PÚBLICAS

Existen distintos argumentos en favor de la intervención gubernamental en políticas vinculadas a la inversión en educación. Uno de ellos tiene que ver con que la educación, además de beneficios privados, genera otros adicionales. De manera que, si existen fallas de mercado, los retornos públicos de la educación pueden diferir de los privados, siendo estas fallas fundamentales para determinar la necesidad de una inversión pública. La existencia de externalidades, que llevan a una subinversión desde el punto de vista social es uno de los argumentos fundamentales para justificar la intervención del gobierno.

De manera que, considerando que la comprensión, las actitudes y valuaciones ambientales pueden ser una externalidad significativa de la educación, cabe investigar esa hipótesis para poder intervenir en el ámbito de la educación o, en su defecto desde otros ámbitos, a fin de lograr los efectos deseados.

En este sentido, los resultados que se deriven del aspecto empírico de la investigación propuesta servirán de base para la toma de decisiones.

Lo anterior, junto con el análisis de otros determinantes del vínculo entre población y medio ambiente -como sexo, ingreso *per cápita* familiar y área geográfica-, servirá de base para la generación de políticas tanto en el ámbito de la inversión en educación formal, como en el de la educación no formal, en cuanto a la decisión de financiar campañas, en cuanto a medidas para modificar contenidos en el currículum educativo, etc.

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha presentado una metodología para evaluar los retornos ambientales de la educación desde distintas perspectivas: la *comprensión*, la *valuación contingente* y las *prioridades*. En consecuencia, a partir del desarrollo de una encuesta, diseñada a tal fin, puede medirse cuánto incide el nivel educativo en las distintas dimensiones del vínculo entre población y medio ambiente.

En particular, debido a las diversas concepciones prevalecientes acerca de cómo evaluar la comprensión y a las dificultades que entraña su medición, se seleccionó un marco teórico específico y se propuso una adaptación para su aplicación y cuantificación, en el contexto de una encuesta referida a temas ambientales. Ese marco define a la comprensión como la capacidad de usar el conocimiento en situaciones novedosas.

La metodología se desarrolló considerando una variación del modelo estándar de Mincer (1974) que, en lugar de estimar retornos de la educación en términos de ingresos individuales, propone estimar retornos sociales, específicamente ambientales. Esto es auspicioso, en función de que en la literatura reciente sobre *retornos sociales de la educación*, si bien se han desarrollado algunos trabajos para fundamentar o evidenciar el impacto de la educación en temas ambientales, existen muy pocos avances en cuanto a metodologías de cuantificación. Por lo tanto, esta propuesta podría ayudar a corregir los problemas de subestimación de retornos de la educación que padecen los modelos tradicionales.

Finalmente, el modelo desarrollado es útil para configurar análisis empíricos que sirvan para la toma de decisiones en el ámbito de la inversión en educación, en las vinculadas a diseños curriculares y en cuanto a las referidas a políticas específicas de educación y concientización en materia ambiental.

BIBLIOGRAFÍA

Arrow, K. (1997). "The Benefit of Education and the Formation of Preferences" en Behrman J.-Stacey, N. (eds.) *The Social Benefits of Education*. The University of Michigan Press, Ann Arbor. pp.11-16.

Becker, G.; Mulligan, C. (1997). "The Endogenous Determination of Time Preference", *Quarterly Journal of Economics*. vol. 112 N°3, pp.729-758.

Boix Mansilla, V. ; Gardner, H. (2005). "¿Cuáles son las cualidades de la comprensión?" en Martha Stone Wiske, (comp.) *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*, cap. 6. Ed. Paidós. Argentina, pp.238-242.

Currie, J.; Moretti, E. (2003). "Mother's Education and the Intergenerational Transmission of Human Capital: Evidence from College Openings and Longitudinal Data". *Quarterly Journal of Economics*, VCXVIII N°4, pp.1495-1532.

Farrington, D.P.; Barnes, G.C.; Lambert, S. (1996). "The concentration of offending in families" en Feinstein, L. (2002) *Legal and Criminological Psychology*. The Centre for Research on the Wider Benefits of Learning, pp. 47-63.

Feinstein, L. (2002). "Quantitative Estimates of the Social Benefits of Learning". *Wider Benefits of Learning Research Report 6*. The Centre for Research on the Wider Benefits of Learning, pp.10-60.

Glaeser, E.L. (1999). "Learning in Cities", *Journal of Urban Economics*. vol. 46, N° 2, pp.254-77.

Gould, E.; Mustard, D.; Weinberg, B. (2000). "Crime Rates and Local Labor Market Opportunities in the United States: 1979-1997". *Working Paper N° 98-472*. University of Georgia. pp.2-49.

Haveman, R.; Wolfe, B. (2002). "Social and non-market benefits from education in an advanced economy, Education in the 21st Century: Meeting the Challenges of a Changing World". *Federal Reserve Bank of Boston*, pp. 10-35.

Hodgkinson, V.; Weitzman, M. (1998). "Responding to factual errors present in the Schervish and Havens articles, 'Embarking on a republic of benevolence? New survey findings on charitable giving' and other comments". *Nonprofit and Voluntary Sector Quarterly*. vol 27 N°4, pp.522-528.

Lochner, L. (1999). "Education, Work, and Crime: Theory and Evidence". *Working Paper N°465*, pp.1-34.

Lochner, L.; Moretti, E. (2002). "The Effect of Education on Crime: Evidence from Prison Inmates, Arrests and Self-Reports". *The American Economic Review*. vol. 94 N°1, pp.155-189.

Lucas, R.E. (1988). "On the Mechanics of Economic Development". *Journal of Monetary Economics*. vol. 22 N°1, pp.3-42.

McMahon, W.W.; Carnoy, M.; Wolfe, B.; Zuvekas, S.; Greenwood, D.; Sullivan, D.H.; Smeeding, T.M.; Eisner, R. (1997). "Recent advances in

- measuring the social and individual benefits of education". *International Journal of Educational Research*. vol. 27 N°6, pp.447-532.
- McMahon, W.W. (2000). "The Impact of Human Capital on Non-Market Outcomes and Feedbacks on Economic Development". *The Contribution of Human and Social Capital to Sustained Economic Growth and Well-Being*. International Symposium Report, OECD y HRDC, pp.4-37.
- Mincer, J.A. (1974). "Schooling, experience and earnings". *New York: National Bureau of Economic Research*.pp.1-50.
- Moretti, E. (2006). "Private and Social Returns to Education". *Revista Di Política Económica*. vol. 96.NBER, CEPR and IZA. pp. 3-43.
- Nelson, R.; Phelps, E. (1966). "Investment in Humans, Technological Diffusion, and Economic Growth". *American Economic Review Papers and Proceedings*, vol. 56 N°1/2, pp.69-75.
- OECD (2000). "Estimating Economic and Social Returns to Learning: Session 3 Issues for Discussion". *Fourth General Assembly of the OECD Education Indicators Programme*. OECD, pp.11-13.
- Owens, J. (2004). "A Review of the Social and Non-Market Returns to Education". *Education and Learning Wales*. pp.2-22.
- Psacharopoulos, G.; Patrinos, H.A. (2004). "Returns to Investment in Education: A Further Update". *Education Economics*. vol. 12 N°2, pp.111-134.
- Peri, G. (2002). "Young Workers, Learning, and Agglomeration". *Journal of Urban Economics*, vol. 52 N° 3, pp.582-607.
- Sen, B. (1997). "Health and poverty in Bangladesh". *World Health*. vol. 50 N°5, pp.28-32.
- Watts Reaves, D.; Kramer, R.; Holmes T. (1999). "Does Question Format Matter? Valuing an Endangered Species", *Environmental and Resource Economics*. vol.14, pp.365-383.
- Wolfe, B.; Zuvekas, S. (1997). "Recent advances in measuring the social and individual benefits of education". *Journal of Human Resources*. vol.22, pp.101-112.

RESEÑA / BOOK REVIEW

Fuzzy Set Approach to Multidimensional Poverty Measurement

Edited by Achille Lemmi, Gianni Betti; Springer Science+Business Media Inv, 233 Spring Street, New York, 2006, 279 pág., ISBN 978-0387-34249-8

Uno de los resultados mayormente compartidos por los académicos de la literatura internacional es la definición de pobreza y privación o, más generalmente, de las dificultades a las que se enfrentan los individuos y las familias en términos multidimensionales. De hecho, no es sólo una investigación socio-económica teórica que se centra en este aspecto, siguiendo y refinando argumentos y formulaciones presentadas por los precursores de este enfoque (Towsend, 1979; Sen, 1985; Desai y Shah, 1988; Bourguignon y Chakravarty, 2003), sino también por muchos organismos estadísticos públicos importantes que aprueban los argumentos teóricos mencionados y los transforman en medidas y análisis empíricos.

También se ha dedicado espacio y atención a las medidas de pobreza multidimensionales tanto en países desarrollados como subdesarrollados, donde no sólo han sido estudiados teóricamente, sino también aplicados en forma empírica. Estos aspectos cuantitativos que parecieran ser fuertemente representativos de las contribuciones más recientes y difundidas en la literatura internacional tienen en todos los casos problemas a la hora de manejar información básica que es muy vasta y dispersa, y que *a posteriori* tiene la necesidad de ser agregada en medidas sintéticas.

En general, se observan dos tipos de enfoques en esta disciplina: construcciones teóricas basadas en modelos lógicos de referencia y análisis estadísticos multivariados.

Un enfoque que pertenece a la primera categoría puede ser derivado de la teoría de los conjuntos borrosos. Siguiendo este enfoque propuesto por Zadeh (1965) y desarrollado por muchos académicos, se han realizado aportes en cuanto a medidas multidimensionales de pobreza.

Es evidente que la literatura internacional sobre análisis de pobreza muestra un interés creciente en este enfoque, pero las contribuciones están diseminadas y no siempre relacionadas correctamente entre ellas.

Este libro tiene como objetivo proveer al lector interesado un panorama orgánico, coherente y exhaustivo del enfoque *fuzzy* para el estudio de la pobreza.

En el capítulo 1 Mozaffar Qizilbash discute términos filosóficos de imprecisión, medidas de pobreza difusas y multidimensionalidad. La justificación para usar la teoría de los conjuntos borrosos con el objetivo de estudiar la pobreza es derivada de la naturaleza vaga del predicado en sí mismo.

El segundo capítulo trata del marco matemático de la lógica borrosa y de sus aplicaciones a la economía. Bernard Fustier expone el principio de gradualidad, tratando la postura contrapuesta de la lógica de conjuntos borrosos y de la lógica clásica, caracterizada por la oposición estricta verdadero/falso, de acuerdo con las nociones de proposiciones *fuzzy*, conjunto borroso y número borroso. Los conectores en la lógica borrosa están definidos con referencia particular a las normas y conormas triangulares, y a los operadores de Zadeh. Luego se muestran la optimización borrosa de Bellman y Zadeh, y la evaluación borrosa completa utilizando conjuntos borrosos.

En el tercer capítulo, Satya Chakravarty aborda un enfoque axiomático a la medición multidimensional de la pobreza utilizando conjuntos borrosos. Se proponen analogías borrosas adecuadas para varias propiedades estándar de los índices. El autor asocia posibles índices borrosos y propone medidas multidimensionales de pobreza.

En el capítulo siguiente, Ehud Menirav analiza la convergencia de varios enfoques unidimensionales refiriéndose a la experiencia en Israel en el año 1977. El autor realiza un análisis de sensibilidad basándose en la comparación de 48 distribuciones derivada de la Encuesta de Gastos de los Hogares. La conclusión más relevante es que las medidas de pobreza son muy sensibles a las elecciones realizadas a la hora de diseñar los índices. Es entonces como los métodos unidimensionales parecen ser inadecuados para medir un fenómeno complejo como el de la pobreza.

Enrica Chiappero Martinetti en el Capítulo 5 estudia el Enfoque de las Capacidades y la Teoría de los Conjuntos Borrosos. Resalta la importancia mostrada, a lo largo de todo el libro, de representar la gradualidad en vez de la dualidad al momento de definir la pobreza. Este capítulo está alineado con el enfoque de las capacidades de A. Sen.

La versión más actualizada y completa del llamado *Totally Fuzzy and Relative Approach* (TFR) para medir la pobreza es presentada en el

sexto capítulo por Gianni Betti, Bruno Cheli, Achille Lemmi y Vijay Verma. Los autores desarrollan dos aspectos importantes; en primer lugar, la elección de las funciones de pertenencia de los grados de pobreza y necesidad de los individuos dado el nivel y la distribución del ingreso y otros aspectos de condiciones de vida de la población; y en segundo lugar, eligen las reglas para manipular los conjuntos borrosos resultantes. En el primer caso, los autores muestran una relación con la curva de Lorenz y el Coeficiente de Gini.

En la segunda sección del libro, se muestran principalmente las aplicaciones del análisis borroso multidimensional de la pobreza. Se examina la situación de pobreza en los países de Israel, Francia, Rumania, Suiza, Polonia y el Reino Unido, que constituyen un rango diferente y amplio de casos de estudio. Los datos son bastante recientes y las metodologías se basan en el enfoque TFR o en alguna contribución original derivada de la Teoría de Conjuntos Borrosos.

En el capítulo 7, Valérie Berenguer y Franck Celestini calculan las medidas de pobreza en Francia utilizando la teoría de los conjuntos borrosos. Los autores realizan un análisis de sensibilidad de acuerdo a diferentes variables empíricas para la robustez del índice de pobreza *fuzzy*. Ellos proponen un nuevo método basado en el enfoque TFR a efectos de tratar la posibilidad de extraer una ley de los resultados multidimensionales de la pobreza, análogos a la ley de poder identificada por Pareto en los datos del ingreso.

Joseph Deutsch y Jacques Silber en el capítulo 8 presentan el enfoque de los Conjuntos Borrosos para el análisis multidimensional de la pobreza usando la descomposición de Shapley para analizar los determinantes de la pobreza en Israel. El capítulo compara tres enfoques multidimensionales que utilizan conjuntos borrosos: el enfoque *Totally Fuzzy Absolute* (TFA), el enfoque TFR y los enfoques de Vero y Werquin, basándose en el censo israelí de 1995.

En el capítulo 9, se realiza una estimación de la pobreza en Rumania utilizando el enfoque multidimensional borroso. María Molnar, Filofteia Panduru, Andrea Vasile y Viorica Duma realizan una estimación empírica de la pobreza comparando dos enfoques oficiales unidimensionales con un enfoque multidimensional borroso. Este último enfoque permite una estimación de los grados de pobreza en forma más continua y se describe el perfil de la pobreza extrema, caracterizada por más síntomas y dimensiones.

David Miceli obtiene resultados análogos en el capítulo 10 para el caso de Suiza, considerando que con este tipo de medidas, se logra una

imagen más exacta de la pobreza, siendo lo más cercano posible a lo que puede ser percibido por una observación simple de la realidad.

En el capítulo 11, Josiane Vero presenta una comparación de la pobreza de acuerdo con bienes primarios, capacidades y resultados en Francia. El autor considera tres estilos éticos diferentes con particular referencia a los bienes primarios sociales de acuerdo con la teoría de la justicia de Rawls, los resultados sociales siguiendo la definición de Fleurbaey y las capacidades básicas de la teoría de Sen. Estos tres enfoques son testeados con los datos franceses y la conclusión más importante es que las diversas definiciones de pobreza identifican distintos perfiles de pobreza o diferentes sectores de la población.

Tomasz Panek presenta en el capítulo 12 medidas relativas multidimensionales dinámicas borrosas en Polonia. Realiza una estimación de panel entre los años 1996 y 1999 durante la transición hacia una economía de mercado. Esta contribución muestra la debilidad del enfoque clásico cuando se realizan movimientos de pobreza a no-pobreza y viceversa.

En el último capítulo, Gianni Betti, Antonella D'Agostino y Laura Neri presentan las medidas multidimensionales *fuzzy* de pobreza en el Reino Unido con componentes de la varianza del panel de regresión. Los autores muestran cómo estas medidas borrosas pueden superar las limitaciones típicas del enfoque tradicional unidimensional que son las sobreestimaciones de la movilidad individual cerca de la línea de pobreza.

Si bien los temas tratados en este libro no son exhaustivos a la hora de argumentar a favor del enfoque borroso, permiten al lector familiarizarse con métodos adicionales para estudiar la pobreza y las condiciones de vida en una forma más apropiada y sistemática que en los métodos clásicos.

María José Fernández
CIMBAGE, Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Buenos Aires
mariajosefernandez@cimbage.com.ar